

Matemáticas por todos los caminos

José María Sorando Muzás
I.E.S. Élaios Zaragoza, jmsorando@ono.com

Resumen

Bastantes alumnos sienten que “no sirven para las Matemáticas”, pero “tampoco las Matemáticas les sirven a ellos”. Fracaso académico y prejuicio antimatemático se alimentan mutuamente. Para combatir aquel hay que acabar con éste. Otra imagen de las Matemáticas es necesaria y, con ella, otra relación: no de enfrentamiento, sino de apropiación. Como docente lo he intentado con medios e ideas variados, aparentemente dispersos, pero siempre con un mismo sentido: el descubrimiento de las Matemáticas en su mundo, por muchos caminos (rutas, concursos, webs, noticias, humor, exposiciones, publicidad, valores, juegos, experimentos, exposiciones, cine, música, lecturas, problemas en la calle, etc.).

PALABRAS CLAVE: experiencia, metodología, recursos.

Si me permito ocupar parte del valioso tiempo de ustedes, tantos profesores que ya conocerán y me superarán en muchos aspectos de los que voy a comentar, es para ofrecerles lo mejor que en este terreno tengo: mi experiencia docente. Sólo presentaré recursos, estrategias y casos puestos en práctica con mis alumnos. Porque no hay nada más universal que lo particular, si se trasciende la anécdota y buscamos el ánimo que lo alienta. Sólo de eso me atrevo a hablarles: de lo vivido y no de lo imaginado, ni de lo deseado, para no incurrir en lo que dice la canción de Joaquín Sabina:

Corre dijo la tortuga.
Atrévete dijo el cobarde.
Estoy de vuelta, dijo un tipo
que nunca fue a ninguna parte.

¿Cuál es la imagen de las Matemáticas entre los alumnos? Muchos las ven como una complicación. La publicidad nos lo recuerda con frecuencia. Pero además las ven como una complicación innecesaria.

Las series de T.V. sirven como retrato social. Fijémonos cuando en ellas aparecen las Matemáticas, en qué clave lo hacen. Un ejemplo: Emilio, el portero de la exitosa serie de T.V. *Aquí no hay quien viva*, incapaz de resolver un típico problema de edades, concluía: “pero si esas personas no existen, entonces ¿para qué queremos saber su edad?”. En situación similar, un alumno me dijo: “¿Y por qué no se les pregunta cuántos años tienen?”... puro sentido común.

Que las Matemáticas son complicadas es algo generalmente aceptado. Y por ello hay disculpa y comprensión para quien declara “yo no valgo para las Matemáticas”. Escuchamos a los famosos, que son modelos para tantos de nuestros alumnos y que se

avergonzarían de confesar analfabetismo, aceptar en público sin reparos su anumerismo. Declaraba Beckham: “las tareas de Matemáticas para mi hijo de seis años me resultan muy difíciles; por eso delego las labores de ayuda en mi esposa Victoria” (27/02/2006). Es una incapacidad asumida.

En la fábula, la zorra despreciaba las uvas que no podía alcanzar, diciendo que no estaban maduras. También se dice: “Yo no necesito más Matemáticas que las cuatro operaciones y para eso ya tengo calculadora”. Es una actitud de desprecio bien expresada en una viñeta de cómic de otro personaje muy popular, Bart Simpson, a quien se ve estudiar un libro de *Cálculo ridículamente difícil*.

Pero suele ser un desprecio aparente, una mezcla de desconocimiento y de autodefensa. Recuerdo a propósito el caso de un alumno bastante “revoltoso” con los profesores (dicho con benevolencia) y supuestamente despreocupado ante los suspensos. Al observar sus lágrimas tras sacar un 5 en un examen, le pregunté, ignorante de mí, si le parecía poca nota. Me respondió: “No profesor; es que hace cuatro años que no aprobaba un examen de Matemáticas”.

Afortunadamente, ese saldo emocional negativo puede cambiar de signo. ¿Cómo? Para enseñar/ aprender se hace necesario vencer antes los prejuicios antimatemáticos. Los fracasos académico y emocional sólo pueden ser combatidos consiguiendo transmitir otra imagen de las Matemáticas y, a partir de ahí, establecer otra relación con ellas.

Para cambiar la imagen, es necesario otro punto de vista. El famosísimo *Informe Pisa* nos da alguna luz al respecto. Si tanta autoridad se le concede para la crítica del sistema educativo, alguna habrá que darle en lo que respecta al tipo de conocimiento que mide.

La publicación de las pruebas de Matemáticas del *Informe Pisa 2003* fue reveladora. Algunos profesores que recibieron con aprobación los malos resultados españoles en Matemáticas con un “ya lo decía yo”, pudieron constatar con incomodidad que esa nota baja no provenía, como las que ellos otorgan a sus alumnos, de cuestiones algorítmicas o abstractas. Pisa no mide si los alumnos saben dividir polinomios, obtener fracciones generatrices o resolver problemas de edades sin preguntárselas a los interesados. En su lugar, mide el conocimiento funcional de las Matemáticas; la capacidad para usarlas en contextos y situaciones reales, complejos y variados. Y lo hace evaluando estas competencias: pensar y razonar; argumentar; comunicar; modelar; plantear y resolver problemas; representar; utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Si se opta por fomentar ese tipo de conocimiento funcional, enseguida es posible transmitir, frente a las Matemáticas irreales (Emilio) o ridículas (Bart) nuevas perspectivas, que se resumen en dos lemas:

“Usamos las Matemáticas cada día” (Serie de T.V. *Numb3rs*)

“*Contar bien para vivir mejor*” (título de un libro de Claudi Alsina).

En definitiva, Las Matemáticas pueden mejorar nuestras vidas, que es el objetivo universal de la actividad humana. Intentar convencer de ello entrando desde la algorítmica y la abstracción sería arduo y poco creíble.

Esa nueva imagen ayuda a establecer una vinculación emocional positiva del alumnado con su quehacer matemático. Mi objetivo deseado es que el alumnado medio, no brillante, llegue a decir: “Aunque no sea bueno en Matemáticas, aprendo cosas interesantes; a veces, paso buenos ratos; colaboro con mis compañeros; me esfuerzo por algo que merece la pena; y mis logros son reconocidos”.

¡Casi nada!, pensarán todos. ¡Y quién no!, pensarán muchos. Pero si escribo esa lista de buenas intenciones es porque me consta que no son compartidas por todos mis colegas. He oído decir a un profesor, enérgico defensor del *nivel de enseñanza*: “Si no fuera por la disciplina, me daría igual que hubiera más de 40 alumnos en clase; incluso lo prefiero. Cuantos más alumnos haya, más probable será que algunos me puedan seguir”.

Hay que saber hacia dónde queremos ir, para tomar la dirección adecuada. Los pasos a dar en esa dirección constituyen nuestra metodología.

El circuito clásico por el que discurren las Matemáticas escolares pasa por estas etapas: libro – pizarra – cuaderno – examen. Mi propuesta consiste en desbordar esos cauces y llegar a las Matemáticas por muchos otros caminos. ¿Cuáles? Me refiero a: la prensa, los problemas resueltos fuera del aula, la publicidad, la reflexión en valores, las rutas matemáticas, los concursos, los juegos, la Historia, las exposiciones, las lecturas complementarias, las fotos-problemas, las hojas de cálculo, internet en clase, la web del profesor, las presentaciones, los experimentos, el humor, la música, los videos didácticos, el cine, etc. No son caminos separados; muchas veces confluyen.

Pueden pensar vds: “Si hacen todo eso, ¿cuándo explica el profesor?, ¿cuándo resuelven ejercicios los alumnos?” Debo decirles que casi todo el tiempo mi clase es una “clase normal”, demasiadas veces a mi pesar. Pero ese mosaico de recursos, aunque limitado en su duración, es una gran ayuda contra la apatía y el sinsentido que tantas veces nos invade a alumnos y profesores. Y recuerdo, a propósito, las palabras de Goethe: “Yo pregunto si es natural, si es incluso prudente, que te hastíes tú mismo y aburras a los estudiantes”.

Ninguno de esos recursos tiene un alcance global; no aparece en cada clase ni por sí sólo consigue los objetivos. Pero, como sucede con las pinceladas de un cuadro impresionista, su falta de uniformidad y aparente desorden adquieren sentido vistos en conjunto. Son pinceladas sueltas con un objetivo común: que el alumnado se apropie de las Matemáticas como un elemento más, integrado en su mundo, y no se enfrente a ellas como algo hostil. Haremos un rápido recorrido por los recursos mencionados.

Prensa

Son muchas las noticias de prensa relacionadas con las Matemáticas. En pocas ocasiones nos hablan de la investigación matemática; bastantes más lo hacen sobre su aplicación a otras disciplinas. Muchas veces son noticias sobre hechos sociales, unos relevantes y otros banales, que manejan datos cuya correcta interpretación requiere de una formación matemática. Con demasiada frecuencia el periodista demuestra carecer de ella.

Sorprende la indiferencia del ciudadano medio respecto a los grandes números, incluso cuando son los billones norteamericanos traducidos tal cual. Oye que “El Real Madrid ha pagado 95 millones de euros por Cristiano Ronaldo” pero, sabiendo que es mucho dinero, causaría el mismo efecto si se dijeran 9,5 ó 950. Esto es así por la falta de una escala de significación para los grandes números. En clase, las noticias nos pueden servir para ir construyendo esa escala. Si por esos días leemos: “Zaragoza: la Pasarela del Voluntariado ha costado 5 millones de euros” y, además, esa preciosa obra del ingeniero Javier Manterota está cercana a nuestro centro, procede poner en evidencia la relación entre ambas cantidades: $C.R. = 19$ pasarelas.

Y sorprende cuántas veces se alude a las Matemáticas en la crónica deportiva, con expresiones como “ya tenemos la clasificación matemática” o “las Matemáticas aún nos pueden salvar del descenso”.

Dejando esos abusos aparte, pensamos que puede ser muy instructivo dar entrada en clase a las noticias matemáticas. ¿Cómo encontrar esas noticias? La sección de Noticias de Google nos lo pone muy fácil. Cada semana suelo encontrar una treintena en castellano, sobre todo procedentes de España, Argentina y México.

En mi experiencia de este curso con los alumnos del Bachillerato de Ciencias Sociales, cada lunes entregaba a un alumno la noticia seleccionada; a ser posible, dos sobre el mismo tema, procedentes de distintos medios. Ese alumno la preparaba y documentaba para exponerla a sus compañeros el viernes. Les he visto siempre interesados y creo que se han logrado resultados valiosos: la mejora de su expresión verbal en público, el hábito de la lectura crítica y una visión de las Matemáticas vinculadas a todo tipo de temas sociales, superando el prejuicio inicial de muchos que las tenían como algo abstracto, sin conexión con la realidad.

Especialmente motivadoras son las “noticias con gazapos”. Éstos en ocasiones son burdos; pero en otras nos exigen, por ejemplo, matizar la traslación al lenguaje periodístico de las sutilezas del lenguaje de funciones, como ocurre en el frecuente uso de la expresión “punto de inflexión” en cualquier contexto.

Concursos

Cada año recibimos en el centro seis convocatorias de concursos matemáticos: *Olimpiada Matemática de Bachillerato*, *Olimpiada Matemática de 2º E.S.O*, *Canguro Matemático*, *Fotografía Matemática Andarán*, *Rally Matemático sin fronteras* y *Gymkhana matemática por Zaragoza*. Los hay con alta exigencia y también los hay más abiertos a todo el alumnado. Unos son de participación individual y otros en pequeño grupo o en grupo de clase. Los hay de alcance local, autonómico, nacional e internacional.

En el I.E.S. *Elaios* de Zaragoza, desde hace siete años, hemos optado por fomentar la participación en ellos. En este corto tiempo se han logrado 25 premios: 9 locales, 7 autonómicos, 8 nacionales y 1 internacional. En la actualidad, con una matrícula de 650 alumnos, se alcanzan unas 100 participaciones anuales, dato al que concedo más importancia que al anterior. Se trata de un instituto público en un barrio medio; no es un centro de élite que seleccione a su alumnado de forma directa o indirecta. Los galardones han sido conseguidos por alumnos diferentes y, desde luego, tampoco el azar

nos otorgó una inusual concentración de talentos. Hay que aclarar que (salvo en un caso) no se realiza un entrenamiento especial de los alumnos para los concursos. ¿Qué ha pasado entonces?

El proceso ha sido éste: se realizó un campaña inicial animando a la participación. Hubo que vencer reticencias iniciales, del tipo “esto será sólo para los muy listos” o “¿hacer mates en día de fiesta? ¡vaya pringaos!”; y para ello se ofrecieron estímulos académicos (subir nota), que luego ya no han sido necesarios. Con las participaciones en todas las convocatorias llegaron los primeros éxitos. Se les dio reconocimiento y difusión: cartas de felicitación del Director, elogio en las aulas, carteles en los pasillos y notas de prensa al periódico del barrio. Esta publicidad allanó el camino para conseguir más participaciones en las siguientes convocatorias y con ellas llegaron algunos éxitos más sonados, de alcances nacional e internacional. Las notas de prensa se extendieron a los periódicos y T.V. locales y devinieron en artículos y entrevistas.

Hago aquí un inciso: algunos compañeros se sienten incómodos con este marketing. Sólo diré que ante tristes hechos de violencia escolar, los medios de comunicación llegan a nuestras puertas sin que les avisemos. Es de justicia que las noticias positivas trasciendan los muros del centro; y para ello hay que moverse.



Foto 1. Final del Rally Matemático sin Fronteras. Toulouse 2006.

Ahora, cuando anunciamos a los alumnos una nueva convocatoria, no se recibe como algo extraño; ya hay cierta tradición de centro. Algunos alumnos nos preguntan pronto cuándo habrá un concurso. Las familias están satisfechas de que sus hijos tengan estas inquietudes. Nos hemos hecho buena fama en el barrio. Ha sido un proceso positivo y gratificante para todos; y sigue en marcha.

Pienso que no son los concursos los que miden la calidad de un centro, sino que ésta reside en su quehacer diario con todos y cada uno de los alumnos, en especial con los difíciles; no se mide sólo por éxitos puntuales o por la excelencia individual. Pero también creo que no se debe renunciar a éstos. Frente al bombardeo mediático de la superficialidad, el talento debe ser reconocido. Esto forma parte de la acción educativa y supone un empujón para nuestra autoestima colectiva.

Problemas fuera del aula

Exceder las cuatro paredes del aula para hacer Matemáticas es tan inusual que causa en los alumnos expectación y deja un recuerdo duradero. No hay muchas ocasiones, merece la pena aprovecharlas. En mi caso:

- Semejanza en 2ª E.S.O: cálculo de la altura de un edificio con sombras, emulando a Thales, y con espejos, emulando las técnicas del s. XVII.
- Trigonometría en 4º E.S.O: cálculo indirecto de medidas en el barrio (en nuestro caso, anchura del Río Ebro y altura de la torre del Centro Comercial Grancasa).
- Estadística Inferencial en 2º Bachillerato de CC. Sociales: estudio de una característica que nos interese de una población próxima (barrio, instituto) mediante muestreo y estimación por intervalos. Esta actividad, realizada año tras año desde hace ocho, nos está proporcionando información muy valiosa sobre nuestro entorno: opiniones (políticas, morales, etc.) y hábitos (consumo, sexo, drogas, etc.).

Las tres citadas son prácticas que se pueden realizar sin alejarse del centro educativo y por lo tanto no exigen un gran esfuerzo de organización. No es el caso de las rutas matemáticas.

Rutas matemáticas

Los alumnos, organizados en grupos de tres, deben descifrar claves que les permitirán seguir un itinerario por la ciudad, resolviendo problemas en calles y edificios. Lo hemos realizado en dos modalidades, en ambos casos previa autorización paterna:

- Actividad realizada por libre, en horario extraescolar a elegir, en una o varias salidas. En esas condiciones, la actividad ha de ser voluntaria y sirve para subir nota. Para acreditar su paso por los lugares requeridos, deben fotografiarse en ellos.
- Gymkhana (concurso ya citado), en una mañana de sábado, con profesores en los puntos de control, clasificación y premios.



Foto 2. Gymkhana: nos mojamos por las Matemáticas

Estas actividades les resultan muy divertidas: pasean con amigos; se hacen fotos junto al objetivo alcanzado, posando como cazadores junto a su presa; han de pedir información, medir monumentos, buscar precios, etc; todo, en un contexto lúdico y amistoso donde abundan las anécdotas.

Publicidad

La publicidad nos envuelve en la calle y entra en nuestros hogares, intentando la seducción para el consumo. Lo hace usando recursos de todo tipo, también matemáticos. Desvelar a los alumnos esos usos y acostumbrarles a que también ellos usen las Matemáticas para analizar la publicidad es ayudarles a ser ciudadanos con criterio. Se pueden abordar varios enfoques:

- Geometría de los logotipos. En 3º E.S.O, al estudiar los movimientos en el plano, se pueden conocer las ventajas comunicativas de algunas simetrías.
- Falacias y errores matemáticos en los anuncios.
- Matemáticas del consumidor. Según una noticia reciente, “el Gobierno Británico envía asesores a las rebajas, ya que la cuarta parte de los ciudadanos ignora las nociones básicas para entender las ofertas”. Son momentos oportunos para abordar estas cuestiones: en 1º y 2º E.S.O, al estudiar la Proporcionalidad y los Porcentajes; así como en 3º y 4º E.S.O. con las Funciones. Y siempre nos llevaremos alguna sorpresa. Como en este anuncio de una cadena de hipermercados en T.V:

“Primero creamos el 3 x 2. Después, la segunda unidad a mitad de precio. Y ahora, anunciamos en exclusiva el descuento 20-30, una promoción más flexible para ti que convierte tu compra en ahorro. Que compras dos paquetes de detergente, te hacemos un descuento del 20%. Que compras tres o más, te hacemos un descuento del 30%”

Vds, gente de números, habrán visto que el descuento se va reduciendo. Mejor será para los clientes que no sigan inventando. Y, siguiendo en el contexto comercial, un curioso pasatiempo propuesto en clase consiste en localizar tiendas y empresas con nombres matemáticos. ¿Los hay? ¡Desde luego! En nuestra ciudad ya hemos encontrado 120.

Educación en valores

La primera fuente de educación en valores sobre el respeto a las personas y la resolución de conflictos, está en la actitud del profesor y el estilo de convivencia conseguida en el aula, día a día. Pero esos y otros valores también deben hacerse explícitos a los alumnos; a través de las palabras y a veces con ayuda de los números. En opinión de algunos, las Matemáticas no son terreno propicio para esta educación. Pienso que existen valores y antivalores; y que siempre educamos en unos u otros, por acción u omisión, también en clase de Matemáticas. Algunos casos:

- Participación democrática: la racionalidad y la lógica fortalecen las capacidades de análisis y propuestas de futuros ciudadanos conscientes e implicados. Planteemos problemas con datos reales que nos ayuden a conocer mejor nuestra sociedad. Dos ejemplos: los sistemas electorales y el IRPF.

- Respeto al medio ambiente: de forma análoga, los conceptos de desarrollo sostenible y consumo responsable se pueden cimentar sobre cálculos con datos significativos.
- Igualdad de oportunidades: demos a conocer la lucha de las mujeres matemáticas para desarrollar su talento en el pasado y su analogía con situaciones del presente.
- Solidaridad internacional: en E.S.O, porcentajes, índices y gráficos ayudan a comprender las estructuras mundiales de la población y la riqueza; como en Bachillerato, el estudio de la correlación y regresión lineal entre variables socioeconómicas.
- Respeto cultural: la Historia de las Matemáticas nos ayuda a superar la visión etnocéntrica. Países que hoy consideramos del Tercer Mundo fueron hace siglos los líderes del conocimiento científico.
- Responsabilidad social: los intentos de resolución de ciertos problemas clave tuvieron continuidad a través de diferentes siglos y dieron lugar a conceptos fructíferos para el desarrollo y bienestar que disfrutamos hoy. El reconocimiento y estima de esa herencia cultural fomenta los valores de esfuerzo y responsabilidad.

Historia

Distingo tres enfoques posibles sobre Historia y Matemáticas en el aula. Aunque no son excluyentes y suelen entrelazarse, conviene diferenciarlos para decidir mejor en cada situación dónde vamos a poner mayor énfasis.

- Historia de las Matemáticas.

Se trata de recrear, cuando sea posible, los procesos de pensamiento que condujeron a la solución de un problema o a la génesis de un concepto o teoría; a veces como hallazgos individuales (por ejemplo, el cálculo del tamaño de la Tierra por Eratóstenes), a veces como procesos continuados por varios personajes y durante siglos (por ejemplo: del concepto de función con Galileo al Cálculo Diferencial con Newton y Leibnitz; o los diversos modelos geométricos del Universo que culminan en las Leyes de Kepler). Un ejemplo emblemático son los problemas de apuestas planteados por el Caballero De Méré a Blas Pascal, que suscitaron el tratamiento matemático del azar en la correspondencia de éste con Fermat. Su recreación, en Bachillerato es plenamente adecuada. En muchos otros casos esa recreación excede las posibilidades de la clase; entonces podemos dar al menos una perspectiva histórica.

- Matemáticas en la Historia.

Como obra humana, las Matemáticas han avanzado con el favor o a pesar del poder político, la religión y las condiciones sociales. Y, a la vez, el progreso de las Matemáticas ha influido en la transformación de esa realidad colectiva. Para abordar en la clase situaciones que acreditan ambos fenómenos a lo largo de los tiempos, no es necesario que los alumnos sepan mucha Historia. Se pueden presentar esas ideas, como vamos a ver, ya en el Primer Ciclo de ESO:

En 1º ESO se comienza con los Números Naturales y Sistema de Numeración. Es muy interesante que los alumnos conozcan la lenta introducción en Occidente del sistema posicional árabe, a través de las cambiantes fronteras de los reinos musulmanes y cristianos en la Península Ibérica, con no pocas trabas religiosas. También en 1º, los alumnos estudian el Sistema Métrico Decimal. Viene al caso que conozcan que su adopción se produce, no por casualidad, en París en 1792, después de la Revolución Francesa, cuando se intentaba una organización racional de la sociedad.

En 2º ESO, el cálculo de Eratóstenes se puede relacionar con las grandes navegaciones de los siglos XV y XVI; asimismo, el *Teorema de Pitágoras*, con las mediciones de los agrimensores egipcios tras las inundaciones del Nilo; etc.

- Historias de matemáticos.

Las Matemáticas, tantas veces llamadas Ciencias Exactas, se suponen tan perfectas que a muchos les cuesta relacionarlas con personas de carne y hueso, gente que tuvo sus grandezas y sus debilidades. Esta visión las humaniza y acerca al alumno. Por eso mismo, contar vidas de matemáticos no se puede convertir en contar vidas de santos. Los matemáticos han sido héroes y villanos, pero lo que de ellos queda es su obra. En este enfoque se trata de humanizar las Matemáticas y las anécdotas, sin ser lo esencial, pueden cumplir su papel amenizador. Proponemos escoger aquellos que sirvan como arquetipos de ciertas actitudes (a veces confrontadas) y den pié a la reflexión en valores.

Juegos

El recurso de los juegos resulta especialmente útil en los temas más áridos del programa. Por ejemplo: el laberinto de operaciones con números decimales, el dominó de productos notables y los juegos de adivinación desvelados con las expresiones algebraicas. Los alumnos agradecen estos contextos lúdicos. Ganar es en si mismo un premio; si además ofrecemos un estímulo (un tangram para el ganador, por ejemplo), el juego se vive con pasión.

Fotos-problemas



Foto 3. La salida de 400 m

Mostramos en clase la foto de unos corredores en la pista de atletismo. Van a tomar la salida de los 400 m. Los de las calles exteriores están adelantados con respecto a los de las calles interiores. Pedimos a los alumnos que formulen las preguntas que esta foto les sugieren. Nos quedamos con éstas: “¿por qué se les da ventaja?” y “¿cuántos metros de compensación se debe dar a cada uno?”. Y ahora, hay que buscar respuestas.

Éste es un sencillo ejemplo de lo que llamo *fotos-problemas*: imágenes que encierran sugerencias a explorar desde las Matemáticas, pero sin un enunciado de cuestiones que las acompañen. Con esta propuesta se pretende que los alumnos ejerciten la mirada matemática, descubriendo qué aspectos de lo que ven tiene contenido matemático; además, que aprendan a formular buenas preguntas, algo fundamental para sacar provecho a las situaciones. He aquí otros dos ejemplos:



Foto 4. Precisión en las Rebajas



Foto 5. Curiosa urbanización

Lecturas complementarias

Hay muchos libros sobre Matemáticas o con referencias a ellas, que no son libros de texto y están dirigidos al público en general. Son libros de matemática recreativa, libros de divulgación y novelas cuyos personajes son matemáticos o usan las Matemáticas, muchas veces para resolver enigmas. Unos y otros amplían la visión de lo matemático como algo exclusivamente escolar, haciéndolo núcleo de diversión, imaginación e intriga. Es por eso que propongo a los alumnos la lectura y resumen de uno de estos libros; uno diferente por alumno, para evitar copias y enriquecer la exposición en grupo; y en 4º E.S.O, para que puedan acceder a un repertorio amplio de títulos.

Experimentos

No se considera a las Matemáticas una ciencia experimental. Y sin embargo algunas de las propiedades que estudian pueden ser verificadas experimentalmente en el aula. No desaprovechemos esas oportunidades:

- En 1º E.S.O: hacemos el equilibrio de un triángulo de cartulina sobre la punta de un bolígrafo apoyado en su baricentro, centro de gravedad.

- En 2º E.S.O: rellenando figuras huecas con pasta fina de sopa, comprobamos el Principio de Cavalieri y también que los volúmenes de los conos y pirámides son un tercio de los volúmenes de los cilindros y prismas asociados. Comprobamos la Fórmula de Euler en poliedros contruidos con Creator y en envases comerciales.
- En 3º E.S.O: exploramos las simetrías con el libro de espejos. Comprobamos la alineación del circuncentro, baricentro y ortocentro de un triángulo en la Recta de Euler.
- En 4º E.S.O: conocemos la ley de estabilidad de las frecuencias acumulando lanzamientos de una moneda a cargo de todos los alumnos. Cuando empezamos a cansarnos, descubrimos que es posible la simulación con la calculadora y con la hoja de cálculo. Desciframos mensajes secretos aplicando esa misma ley.

Exposiciones

Nuestro deseo de que las Matemáticas trasciendan el espacio-tiempo del aula y la clase encuentra en las exposiciones un medio muy adecuado para hacerse realidad. Con ellas esta materia deja de ser sólo una obligación y un filtro para estudiantes, al manifestarse en las paredes de los pasillos como fuente de cultura abierta a toda la comunidad educativa: también a los padres, personal no docente y demás profesores, que las reciben con sorpresa y gran aceptación. Estas exposiciones relacionan a las Matemáticas con otros ámbitos de la creación humana (técnica, arte, etc), algo a menudo insospechado por quienes conservan el tópico antipático sobre nuestra asignatura.

Las exposiciones mostradas provienen de nuestro entorno cercano y son de oferta gratuita: *Fotografía Matemática*, *Geometría del Mudéjar Aragonés*, *Martemáticas*, *La Divina proporción*. Y tres de producción propia: *Historia de las Matemáticas*, *Humor y Matemáticas*, *Poesía y Matemáticas*. Son exposiciones con retorno: al cabo de unos años el alumnado ha cambiado y se pueden volver a exhibir.



Foto 6. Exposiciones: Matemáticas en las paredes

Me permitiré dar unos consejos sobre las exposiciones:

- Conviene preparar una guía de actividades obligatorias para los alumnos, evitando que en su visita se limiten a ojear y hacer comentarios jocosos sobre las imágenes.

- Si vds. se animan a elaborar una exposición no se apuren por el coste económico. Unas humildes hojas, con un buen diseño en ordenador impreso en color y plastificadas, son suficientes para lograr la atención buscada. La clave no está en el despliegue de medios, sino en los contenidos. Y si la llevan a buen fin, ofrézcanla a otros centros: verán su trabajo ampliamente recompensado... en satisfacción moral, por supuesto.

- Y, como en cualquier otra acción divulgativa, tengan en cuenta que divulgar es seducir, pero no trivializar.

Hojas de cálculo

Hay conceptos y procedimientos cuyo dominio exige sucesivas aproximaciones, cálculos iterados cuya mecánica laboriosa nos puede despistar de lo fundamental. Se concentran en Bachillerato: los conceptos de límite de sucesiones y límite funcional; la Ley de los Grandes Números; el cálculo de raíces de ecuaciones utilizando el Teorema de Bolzano; el estudio de todas las correlaciones entre las varias variables socioeconómicas de varios países; o el control de variables en el cuadro de amortización de un préstamo. En todos esos casos el cálculo es necesario, pero lo importante no es hacer las cuentas, sino ver qué está pasando. Para ese fin, la Hoja de Cálculo es idónea: reduce el trabajo de cálculo y nos permite centrarnos en el análisis de la situación. Es totalmente abierta y su programación altamente instructiva pues conlleva el uso de funciones, de prioridades aritméticas y de una sintaxis.

Sin posibilidad de acceder a los ordenadores del centro por problemas de espacios, opté por colgar en la web del departamento los modelos de hoja de cálculo a utilizar y proponer a los alumnos prácticas para casa seguidas de puestas en común en clase con el ordenador del profesor y el cañón de proyección.

Internet en clase

Las mismas limitaciones encontré y la misma solución adopté para acceder a Internet en el aula. Tengo dos experiencias de conexión:

- Proyecto GIMPS para la búsqueda del mayor número primo conocido (www.mersenne.org) a través del trabajo en red de ordenadores particulares durante tiempos de descanso; en 2º E.S.O. (Divisibilidad). Algún alumno llegó a darse de alta y participó en el Proyecto. ¡Hay 100.000 \$ de premio si el proceso culmina en tu PC!

- Museo de Historia de la Ciencia de Florencia (www.imss.fi.it). Visita virtual a las salas sobre Galileo y simulación de su experimento sobre la Ley de Caída de los Cuerpos en el plano inclinado; en 4º E.S.O. y 1º Bachillerato, para la introducción histórica del concepto de función.

Página web

Casi todos nuestros alumnos son cibernautas. Podemos aprovechar ese hábito para que accedan a contenidos matemáticos desde sus casas. Para ello disponemos de dos webs:

- La web del Departamento (<http://ieselaza.educa.aragon.es/DepartamentoMAT.htm>), que ofrece información (pruebas extraordinarias, contenidos mínimos, concursos, etc), materiales para la clase (apuntes, ejercicios, actividades de recuperación) y materiales complementarios (enlaces, artículos, videos).

- La web del profesor, *Matemáticas en tu mundo* (http://catedu.es/matematicas_mundo) con un planteamiento menos académico y más lúdico, portal de divulgación sobre la presencia matemática en todos los ámbitos, para un público más general.

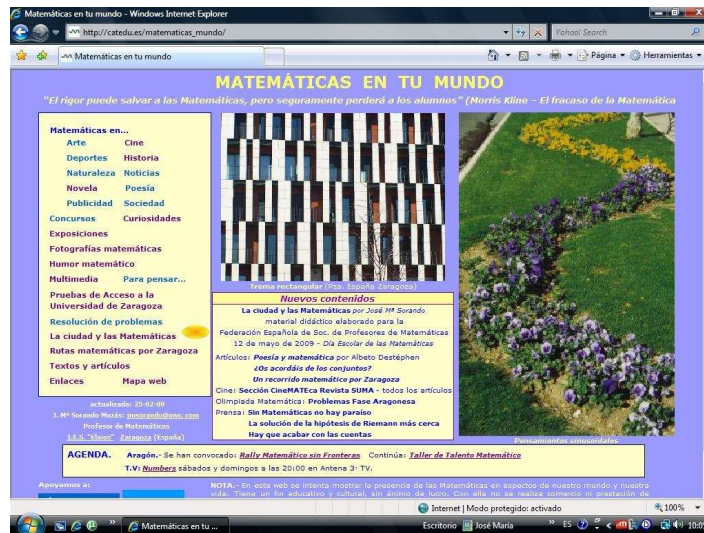


Foto 7: *Matemáticas en tu mundo*

Presentaciones

Ha quedado atrás el tiempo en que los profesores que somos malos dibujantes quedábamos en evidencia con nuestros pobres gráficos en la pizarra al explicar Geometría o Funciones; y en el que los buenos dibujantes veían cómo sus trabajosas figuras, artesanía efímera, sucumbían bajo el borrador como una falla valenciana bajo el fuego. Las presentaciones en ordenador nos permiten hacer duraderos nuestros dibujos y también usar los de cualquier libro o revista; además, podemos incorporar un nuevo elemento, las fotografías y conseguir en el aula la misma brillantez visual que es ya norma en ámbitos congresuales o empresariales.

Algunas presentaciones utilizadas: *Historia de los Números*, *Potencias de diez*, *Teorema de Pitágoras*, *Ángulos en la circunferencia*, *Movimientos en el Plano*, *Mosaicos*, *Dualidad de Poliedros*, *Cuerpos Geométricos*, *Aplicaciones de las Cónicas*, *Historia de los Logaritmos*, *Propiedades de las Funciones*, *Funciones cuadráticas*, *Funciones Trigonométricas*, etc.

En este campo, cada vez disponemos en la red de más materiales producidos por compañeros, que podemos aprovechar o adaptar.

Humor

Decía Eugéne Ionesco (1912 – 1994): “Donde no hay humor, no hay humanidad”. Sólo los humanos encontramos a veces una confortable satisfacción al detectar inconsistencias en la supuesta consistencia de nuestro mundo. El humor nos reconcilia

con nuestra condición. Y lo hace de forma muy especial en el campo de las Matemáticas, a las que se atribuyen perfección y exactitud, pareciendo alejadas de esas debilidades.

Llegar a compartir con los alumnos esta visión supone alcanzar un grado de inteligencia mutua, pues para saber leer las situaciones de humor matemático se requiere: primero, saber las suficientes Matemáticas para entender la “gracia”; y segundo, haber conseguido una complicidad más allá de los roles encorsetados de profesor y alumno. La complicidad de saber que importante no significa aburrido, que divertido no significa trivial. No hay profesor más seguro que el que se puede permitir bromear sobre su materia.

Música

Quizás sea lo más inesperado. ¿Música en clase de Matemáticas?... pocas veces, pero también: *La Canción de Pi* (hay varias versiones en Youtube); *El Teorema de Thales* cantado por Les Luthiers; y suave música de Mozart como telón de fondo para lograr la tranquilidad necesaria en una alborotada clase de Taller de Matemáticas de Refuerzo en la que los alumnos hacen ejercicios y el profesor atiende individualmente sus dudas. Los alumnos del Taller quedaron descolocados ante la novedad y protestaron por el tipo de música. “¡Queremos Rap!” decían unos; “¡Queremos Heavy Metal!” decían otros. La serena alegría mozartiana fue inundando el ambiente y al cabo de unas semanas reconocieron que ya les gustaba. Si la música amansa a las fieras, ¿cómo no a estos “angelitos”!

Videos didácticos

Son de especial calidad y aplicación en nuestras clases las series españolas *Más por Menos* y *Universo Matemático*, en 4º E.S.O. y Bachillerato; la británica *Ojo Matemático* e 1º y 2º E.S.O.; y algunos episodios de las norteamericanas *Universo Mecánico* y *Cosmos* en 4º E.S.O. y Bachillerato; además de documentales aislados que a veces se emiten en los canales temáticos.

Normalmente el ritmo expositivo de los videos es rápido para una plena comprensión de los conceptos. Por ello es aconsejable ponerlos al comenzar o al terminar los temas, como motivación inicial o como repaso final.

Cine

Sorprende a muchos la presencia del cine o de las series de T.V. en nuestra clase. Además de conseguir entretenimiento sin alejarnos de la asignatura, que no es poco, se pretende, como decíamos al principio, vincular las Matemáticas con las emociones, la aventura, la intriga, el humor... con la vida. Pero no vale cualquier escena donde se hable de Matemáticas. Demasiadas veces vemos en la pantalla al “matemático loco”, al “matemático friki” o las “Matemáticas en el agobio”, como en las famosas películas *Pi* o *Cube*, la antítesis de esas *Matemáticas para todos* que proponemos. No arrojemos piedras sobre nuestro tejado. Hay que buscar otros personajes, otras escenas donde aparezcan actitudes y situaciones más sugestivas: el compromiso social, la acción, el amor, etc. Se impone la selección.

Mi propuesta de uso no consiste en poner un largometraje entero en clase. Nos falta tiempo lectivo y la trama global del film casi siempre escapa a nuestro núcleo de interés, las Matemáticas. La propuesta consiste en utilizar en el momento adecuado aquellas escenas que en sí mismas, de forma aislada o formando parte de un montaje, tengan un significado comprensible y refuercen nuestros objetivos pedagógicos. Pueden durar escasos minutos y conviene realizar una puesta en común posterior.

Títulos utilizados: *Numbers, Una mente maravillosa, Enigma, Granujas de medio pelo, 1492 La Conquista del Paraíso, Simpsons, El enigma de Kaspar Hauser, Galileo, Donald en el País de las Matemáticas, Doctor en Alaska, Los simuladores, La habitación de Fermat, Futurama, Contact, Aquí no hay quien viva, Jungla de cristal 3, El Día de la Bestia y El increíble hombre menguante.*

En mi caso, llego a utilizar los videos y el cine unas 6-8 veces por curso en cada grupo.

Es hora de terminar. Hasta aquí, un repertorio de recursos para la enseñanza y el aprendizaje. Unidos a la formación del docente, ¿garantizan un buen desempeño de la tarea educativa? Aún falta otro elemento necesario. La cita es del pedagogo Miguel Ángel Fernández Pérez, quien nos lo recuerda con la sencillez de las grandes verdades:

*“Para enseñar Matemáticas a Juanito, hay que saber Matemáticas, hay que saber enseñar y **hay que conocer a Juanito**”.*