Fuente: Libro “Matemáticas II” – 2º CURSO Bachillerato Científico Técnico

J.R. Vizmanos y otros

Editorial SM

Criminología

La ley de Newton sobre el enfriamiento de los cuerpos dice que la velocidad de enfriamiento de un cuerpo en el aire es proporcional a la diferencia entre la temperatura T del cuerpo y la temperatura T_0 del aire.

Ejemplo. ***Por razones obvias, la sala de disección de un forense se mantiene fría a una temperatura constante de 5 °C. Mientras se encontraba realizando la autopsia de la víctima de un homicidio, el propio forense es asesinado, y el cuerpo de la víctima robado. A las 10 de la mañana, el ayudante del forense descubre su cadáver a una temperatura de 23 °C y a las 12, la temperatura del cadáver es de 18'5 °C. Si el forense tenía en vida la temperatura normal de 37 °C, ¿a qué hora fue asesinado?***

Si $T(t)$ es la función que da la temperatura del cuerpo en cada instante t, y t_0 es la hora del asesinato, la ley de Newton dice que $T'(t) = k(T(t) - 5)$, es decir, que $\dfrac{T'(t)}{T(t) - 5} = k$.

Como $\dfrac{T'(t)}{T(t) - 5}$ es, precisamente, la derivada de la función $\ln(T(t) - 5)$, se puede escribir que $\ln(T(t) - 5) = kt + C$, de donde $T(t) - 5 = e^{kt} \cdot e^{c}$.

Llamando $e^c = M$, escribimos $T(t) = 5 + Me^{kt}$.

Si $t = t_0$, $T = 37° = 5 + Me^{kt_0} \Rightarrow M = 32\,e^{-kt_0}$, por lo que $T(t) = 5 + 32\,e^{k(t-t_0)}$.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \text{Si } t = 10,\ T(10) = 23 = 5 + 32\,e^{k(10-t_0)}\ (1) \\ \bullet\ \text{Si } t = 12,\ T(12) = 18{,}5 = 5 + 32\,e^{k(12-t_0)} \end{array}\right\}$$

Despejando y dividiendo entre sí estas igualdades se llega a

$\dfrac{18}{13{,}5} = \dfrac{32\,e^{k(10-t_0)}}{32\,e^{k(12-t_0)}} \Rightarrow \dfrac{4}{3} = e^{-2k} \Rightarrow e^k = \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$, relación que sustituida en la expresión de $T(10)$, lleva a $\dfrac{18}{32} = \dfrac{9}{16} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{10-t_0}{2}} \Rightarrow \dfrac{9}{16} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{2} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{10-t_0}{2}}$, con lo que $4 = 10 - t_0 \Rightarrow t_0 = 6$

Es decir, el forense fue asesinado a las 6 de la mañana.