

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Junio 1994. El año pasado el 60% de los veraneantes de una cierta localidad eran menores de 30 años y el resto mayores. Un 25% de los menores de 30 años y un 35% de los mayores eran nativos de esa localidad. Se pide:

- a) La probabilidad de que un veraneante elegido al azar sea nativo de esa localidad. (5 puntos)
- b) Se elige un veraneante al azar y se observa que es nativo de la localidad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 30 años? (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,29 b) 0,48

Junio 1994. Un banco tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de 0,9 de funcionar en caso necesario. Si se produce un robo, calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que las tres alarmas se activen. (3 puntos)
- b) La probabilidad de que ninguna alarma se active. (3,5 puntos)
- c) La probabilidad de que al menos una alarma se active. (3,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,729 b) 0,001 c) 0,999

Septiembre 1994. Se tiene dos urnas U_1 y U_2 , con bolas blancas y negras. La composición de las urnas es la siguiente: la U_1 contiene tres bolas blancas y siete negras, la U_2 contiene cinco blancas y cinco negras. Se saca una bola de la urna U_1 y se coloca en la U_2 , sin mirarla; luego se saca una bola de la urna U_2 . Se pide:

- a) La probabilidad de que la bola que se saca de U_2 sea blanca. (5 puntos)
- b) Sabiendo que la bola que se saca de la urna U_2 es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que se pasó de la urna U_1 a la U_2 fuera blanca? (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,48 b) 0,34

Septiembre 1994. Dos tiradores disparan sobre una diana. Uno tiene dos aciertos cada cinco disparos y el otro un acierto cada dos disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo, se pide contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) La probabilidad de que los dos acierten. (2,5 puntos)
- b) La probabilidad de que alguno acierte. (2,5 puntos)
- c) La probabilidad de que ninguno acierte. (2,5 puntos)
- d) La probabilidad de que uno acierte y el otro no. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,2 b) 0,7 c) 0,3 d) 0,5

Junio 1995. En una fábrica hay tres máquinas M_1 , M_2 y M_3 que producen un mismo tornillo en proporciones iguales. Se sabe que la máquina M_1 produce un 3% de tornillos defectuosos, la M_2 un 5% y la M_3 un 2%. Se pide:

- a) La probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso. (4 puntos)
- b) La probabilidad de que un tornillo elegido al azar no sea defectuoso. (1 punto)
- c) Se elige un tornillo al azar y se observa que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina M_3 ? (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,033 b) 0,967 c) 0,338

Junio 1995. Se tiene dos cajas A y B, con bolas blancas y negras. La caja A contiene 4 bolas blancas y 3 negras y la B contiene 3 blancas y 4 negras. Se selecciona una caja al azar y seguidamente se extrae una bola de la caja seleccionada. Se pide:

- a) La probabilidad de que la bola extraída sea blanca. (5 puntos)
- b) Si se extrae una bola y resulta ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que dicha bola sea de la caja A? (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,5 b) 0,57

Septiembre 1995. Una moneda está trucada de manera que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Se lanza la moneda y si sale cara se elige al azar un número entre el 1 y el 5; si sale cruz se elige al azar un número entre el 1 y el 3. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Salga cara en la moneda. (1 punto)
- b) Salga cruz en la moneda. (1 punto)
- c) Resulte elegido el número 5. (3 puntos)
- d) Resulte elegido un número par. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 2/3 b) 1/3 c) 2/15 d) 17/45

Septiembre 1995. Se tiene dos urnas con bolas blancas y verdes. Una de las urnas contiene 8 bolas blancas y 4 verdes y la otra contiene 6 blancas y 10 verdes. Se extrae una bola de cada urna. Calcula:

- a) La probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color. (5 puntos)
- b) La probabilidad de que una bola sea verde y la otra blanca. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,458 b) 0,542

Junio 1996. Una fábrica de coches tiene tres cadenas de producción A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de coches producidos, la B el 25% y la C el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es en la cadena A de 1/2, en la B de 1/4 y en la C de 1/6. Calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido fabricado por la cadena A. (2 puntos)
- b) La probabilidad de que un coche sea defectuoso. (4 puntos)
- c) Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la cadena C? (4 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,25 b) 0,35 c) 0,32

Junio 1996. Se sabe que la desviación típica del peso de los individuos de una cierta población es de 6 Kg. Calcula el tamaño de la muestra que se ha de considerar para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio de los individuos de la población con un error inferior a 1 Kg. Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: 139 individuos.

Septiembre 1996. La probabilidad de que un estudiante de Economía obtenga el título de economista es de 0,6. Calcular la probabilidad de que de un grupo de tres estudiantes matriculados en Economía:

- a) Los tres obtengan el título. (2,5 puntos)
- b) Ninguno obtenga el título. (2,5 puntos)
- c) Al menos uno obtenga el título. (2,5 puntos)
- d) Sólo uno obtenga el título. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,216 b) 0,064 c) 0,936 d) 0,288

Septiembre 1996. En una gran empresa, la desviación típica de la edad de sus trabajadores es de 6 años. Se considera una muestra aleatoria de 100 trabajadores que revela una media de edad de 38 años. Determina un intervalo de confianza del 95% para la edad media de los trabajadores de dicha empresa. Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: Entre 36,8 y 39,2 años.

Junio 1997. En una bolsa hay 5 bolas verdes y 4 marrones. Se extraen al azar dos bolas. Calcular razonadamente la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color si:

- a) se extraen simultáneamente. (5 puntos)
b) se extrae una bola, se devuelve a la bolsa y se extrae otra bola. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,44 b) 0,506

Junio 1997. Se sabe que la desviación típica de la duración de las lámparas eléctricas fabricadas en cierta empresa es de 250 horas. Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que, con un nivel de confianza del 95%, se pueda estimar la duración media de las lámparas con un error menor que 40 horas. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: 151 lámparas.

Septiembre 1997. Para que un determinado electrodoméstico salga al mercado debe superar dos controles de calidad, que denominamos A y B. El control de calidad A detecta un electrodoméstico defectuoso con una probabilidad de 0,95 y el B lo detecta con probabilidad 0,85. Calcular la probabilidad de que un electrodoméstico defectuoso:

- a) Sea detectado. (5 puntos)
b) No sea detectado. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,9925 b) 0,0075

Septiembre 1997. Se sabe que la desviación típica del número de pulsaciones por minuto de los individuos de una cierta población es de 9 pulsaciones por minuto. Se considera una muestra aleatoria de 100 individuos que revela un número medio de pulsaciones por minuto de 68. Con un nivel de confianza del 99%, determinar el intervalo en el que se encontrará el número medio de pulsaciones por minuto de los individuos de esta población. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: Entre 65,7 y 70,3 pulsaciones por minuto.

Junio 1998. Tenemos tres cajas, una verde, una roja y una amarilla, y en cada caja hay una moneda. La de la caja verde está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz, la moneda de la caja roja tiene dos caras y la de la caja amarilla no está trucada. Se toma una caja al azar y se lanza la moneda que está en esa caja. Calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que salga cara. (5 puntos)
b) La probabilidad de que sabiendo que ha salido cara, se haya lanzado la moneda de la caja roja. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,72 b) 0,46

Junio 1998. La desviación típica de la altura de los habitantes de un país es de 10 centímetros. Calcular el tamaño mínimo que ha de tener una muestra de habitantes de dicho país para que el error cometido al

estimar la altura media sea inferior a 1 centímetro con un nivel de confianza del 99%. ¿Y si el nivel de confianza es del 95%?. Explicar los pasos seguidos para obtener las respuestas.

SOLUCIÓN: Al 99%: 664 habitantes Al 95%: 385 habitantes.

Septiembre 1998. En una tienda de electrodomésticos se venden dos marcas, A y B. Se ha comprobado que un tercio de los clientes elige un electrodoméstico de la marca A y el resto uno de la B. Además, la probabilidad de que un electrodoméstico de la marca A sea defectuoso es 0,05 y la probabilidad de que uno de la marca B no lo sea es 0,9. Calcular razonadamente:

- a) la probabilidad de que un cliente compre un electrodoméstico en dicha tienda y le salga defectuoso. (5 puntos)
b) la probabilidad de que el electrodoméstico comprado sea de la marca B, sabiendo que no es defectuoso. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,083 b) 0,65

Septiembre 1998. El peso de las naranjas producidas en una determinada región sigue una distribución normal con una desviación típica de 15 gramos. Un almacenista compra 10.000 de estas naranjas y observa que su peso medio es de 190 gramos. Razonar si se puede afirmar, con un nivel de significación del 0,05 que el peso medio de las naranjas producidas en esta región es de 200 gramos. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta.

SOLUCIÓN: No.

Junio 1999. Un dado ha sido trucado de manera que la probabilidad de sacar un número par es el doble que la de sacar un número impar. Se lanza el dado y se pide:

- a) la probabilidad de obtener un número par. (3 puntos)
b) si a la vez se lanza un dado no trucado, la probabilidad de obtener un número par y un número impar. (3 puntos)
c) si a la vez se lanza un dado no trucado, la probabilidad de obtener al menos un número impar. (4 puntos)

SOLUCIÓN: a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

Junio 1999. En una gran ciudad española la altura media de sus habitantes tiene una desviación típica de 8 cm. Se pide:

- a) Si la altura media de dichos habitantes fuera de 175 cm, ¿cuál sería la probabilidad de que la altura media de una muestra de 100 individuos tomada al azar fuera superior a 176 cm? Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (4 puntos)
b) Si se considera una muestra aleatoria de 100 individuos de esta ciudad se obtiene una altura media de 178 cm. Determinar un intervalo de confianza del 95% para la altura media de los habitantes de esta ciudad. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (6 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,1056 b) [176,432 , 179,658]

Septiembre 1999. En una baraja española de 40 cartas se extraen dos cartas al azar, calcular razonadamente:

- a) la probabilidad de que las dos sean copas. (3 puntos)
b) la probabilidad de que al menos una sea de oros. (3 puntos)
c) la probabilidad de que sean de diferentes palos. (4 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,058 b) 0,44 c) 0,769

Septiembre 1999. Una moneda está trucada de manera que 20 de cada 100 veces que se lanza sale cara. Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar la moneda salga cara?, ¿y de que salga cruz?. (2 puntos)
- b) ¿Cuántas veces se ha de lanzar esta moneda como mínimo para que la proporción de caras obtenidas no difiera de la proporción verdadera en más de un 2% con un nivel de confianza del 95%?. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (8 puntos)

SOLUCIÓN: a) $p(C) = 0,2$, $p(X) = 0,8$ b) 1537 veces.

Junio 2000. De una baraja española de 40 cartas se extraen sucesivamente y sin reposición dos cartas. Se pide calcular la probabilidad de que:

- a) La primera carta sea de copas y la segunda de espadas. (2,5 puntos)
- b) Una carta sea de copas y la otra de espadas. (2,5 puntos)
- c) Ninguna sea de bastos. (2,5 puntos)
- d) Las dos sean de oros. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,064 b) 0,128 c) 0,558 d) 0,058

Junio 2000. La cuarta parte de una población ha sido vacunada contra una enfermedad. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra de dicha población para que, con un nivel de confianza del 95%, la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de 0,02?. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: 1801 personas.

Septiembre 2000. En una empresa de transportes la probabilidad de que se accidente un camión es 0,1. Si se produce el accidente, la probabilidad de perder la carga es 0,95. Por otra parte, la probabilidad de perder la carga sin que haya accidente es 0,04. Calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que se pierda la carga de un camión. (5 puntos)
- b) Sabiendo que se ha perdido la carga de un camión, la probabilidad de que no haya tenido un accidente. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,131 b) 0,275

Septiembre 2000. En una región se seleccionó aleatoriamente una muestra de 150 personas. A todas ellas se les preguntó si eran fumadoras y 90 contestaron que no. Determinar un intervalo del porcentaje de fumadores de dicha región con un nivel de confianza del 95%. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: Entre el 32,16% y el 47,84%

Junio 2001. En una empresa, el 65% de sus empleados saben manejar un ordenador y de éstos, el 40% hablan inglés. La cuarta parte de los que no saben manejar el ordenador hablan inglés. Calcular la probabilidad de que elegido al azar un empleado de esta empresa:

- a) Hable inglés y maneje el ordenador. (3 puntos)
- b) Hable inglés. (3,5 puntos)
- c) Maneje el ordenador, sabiendo que habla inglés. (3,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,26 b) 0,35 c) 0,75

Junio 2001. En cierta población cercana a una estación de esquí se quiere estimar con un nivel de confianza del 95% la proporción de habitantes que practican el esquí. Se toma una muestra de 400 habitantes de la población de la que 240 afirman que practican este deporte. Determinar el correspondiente intervalo de confianza. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: Entre el 55,2% y el 64,8%

Septiembre 2001. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta al azar, se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que la carta extraída no sea un rey (2 puntos)
b) Calcular la probabilidad de que la carta extraída no sea un rey, sabiendo que ha sido una figura (3 puntos)
c) Si de la misma baraja se extrae otra carta al azar después de introducir la primera, calcular la probabilidad de que al menos una de las dos cartas extraídas haya sido un rey. (5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,9 b) $\frac{2}{3}$ c) 0,19

Septiembre 2001. Las puntuaciones en cierta asignatura de una universidad siguen una distribución normal de media desconocida y varianza 4. Calcular, con un nivel de confianza del 98%, un intervalo para la puntuación media sabiendo que en una muestra de 64 estudiantes se obtuvo una puntuación media de 5. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: (4'4175 , 5'5825)

Junio 2002. Se tienen dos monedas, una sin trugar y otra trucada. Sabiendo que con la moneda trucada la probabilidad de obtener cruz es triple que la probabilidad de obtener cara, calcular la probabilidad de que al lanzar las dos monedas:

- a) Se obtengan dos caras. (2,5 puntos)
b) No se obtenga ninguna cara. (2,5 puntos)
c) Se obtenga una cara y una cruz. (2,5 puntos)
d) Se obtengan dos caras o dos cruces. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,125 b) 0,375 c) 0,5 d) 0,5

Junio 2002. La desviación típica del número de horas diarias que duermen los alumnos de cierta Universidad es 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes que revela una media de sueño de 7 horas. Hallar un intervalo de confianza del 95% para la media de horas de sueño de los estudiantes de esta Universidad. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: Entre 6,07 y 7,93 horas

Septiembre 2002. Se lanzan un dado azul y tres rojos. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) En todos los dados rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul. (3 puntos)
b) Al menos en uno de los rojos se obtiene la misma puntuación que en el azul. (3,5 puntos)
c) Todas las puntuaciones obtenidas son pares o todas son múltiplos de 3. (3,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,0046 b) 0,4213 c) 0,074

Septiembre 2002. En una población, por cada persona que fuma 4 no lo hacen. Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra de dicha población para que, con un nivel de confianza del 95%, la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de 0,04. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta. (10 puntos)

SOLUCIÓN: 2501 personas.

Junio 2003. La probabilidad de que un ciudadano conteste a una carta en la que se le ofrece una "multipropiedad" es igual a 0,2. Si recibe a lo largo de un mes 3 cartas, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Contesta a las tres cartas. (2,5 puntos)
- b) Contesta solamente a la segunda. (2,5 puntos)
- c) No contesta a ninguna carta. (2,5 puntos)
- d) Contesta al menos a una carta. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,008 b) 0,128 c) 0,512 d) 0,488

Junio 2003. En una multinacional, la desviación típica de la edad media de sus trabajadores es de 5 años. Una muestra aleatoria de 200 trabajadores revela una edad media de 40 años. ¿Se puede afirmar con un nivel de significación del 0,05 que la edad media de los trabajadores es de 41 años?. Explicar cada uno de los pasos realizados. (10 puntos)

SOLUCIÓN: No.

Septiembre 2003. De una baraja española de 40 cartas falta el rey de copas. Si, de esta baraja de 39 cartas, se extraen sucesivamente y sin reposición dos cartas, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) La primera carta es un rey y la segunda un as. (2 puntos)
- b) Una carta es de copas y la otra de oros. (3 puntos)
- c) Ninguna carta es un as. (2 puntos)
- d) Al menos una carta es un caballo. (3 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,008 b) 0,121 c) 0,803 d) 0,197

Septiembre 2003. Se sabe que la desviación típica del peso de las sandías de una plantación es de 750 gramos. Calcular el número mínimo de sandías que se han de elegir para, con un nivel de confianza del 95%, estimar el peso medio de cada una con un error menor que 300 gr. Explicar los pasos seguidos para obtener el resultado. (10 puntos)

SOLUCIÓN: 25 sandías.

Junio 2004. En una asignatura de primer curso de una titulación universitaria, asisten a clase, regularmente, 210 alumnos de los 300 que hay matriculados. Además se sabe que aprueban el 80% de los alumnos que asisten a clase y el 15% de los que no asisten. Calcular la probabilidad de los cuatro sucesos siguientes:

- a) Se elige al azar un alumno matriculado y resulta que:
 - i) Ha asistido a clase. (1,5 puntos)
 - ii) No ha asistido a clase y ha aprobado. (2 puntos)
 - iii) Ha aprobado. (3 puntos)
- b) Se elige al azar un alumno de entre los que han aprobado y resulta que ha asistido a clase. (3,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) i) 0,7 ii) 0,045 iii) 0,605
b) 0,925

Junio 2004. En un país se selecciona aleatoriamente una muestra de 900 personas. A la salida de los colegios electorales se les preguntó si habían votado al partido político X y 289 contestaron que sí y el resto que no. Determinar un intervalo que nos dé el porcentaje de votos del partido X con un nivel de confianza del 95%, explicando los pasos realizados para su obtención. (10 puntos)

SOLUCIÓN: Entre el 29% y el 35%

Septiembre 2004. Un dado está cargado de forma que la probabilidad de obtener 6 puntos es $\frac{1}{2}$ y que las probabilidades de obtener cada una de las otras caras son iguales. Se lanza el dado, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Se obtiene un dos. (2 puntos)
- b) No se obtiene un tres. (3 puntos)
- c) Se obtiene un número par. (3 puntos)
- d) Se obtiene un número impar. (2 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,1 b) 0,9 c) 0,7 d) 0,3

Septiembre 2004. En una gran empresa, la varianza del número de horas no trabajadas al año por un trabajador es 16. Calcular, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para la media del número de horas no trabajadas al año por un empleado, sabiendo que de una muestra de 100 trabajadores se ha obtenido una media de 12 horas no trabajadas al año. Explicar cada uno de los pasos realizados. (10 puntos)

SOLUCIÓN: (11,216 , 12,784)

Junio 2005. Una fábrica produce un elemento mecánico ensamblando dos componentes A y B. Se sabe que la probabilidad de que el componente A sea defectuoso es de 0'001 y la de que B no lo sea es de 0'997. Se elige al azar un elemento, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Solamente el componente A es defectuoso. (2,5 puntos)
- b) Ninguno de los componentes es defectuoso . (2,5 puntos)
- c) Ambos componentes son defectuosos. (2,5 puntos)
- d) Solamente uno de los componentes es defectuoso. (2,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,000997 b) 0,996003 c) 0,000003 d) 0,003994

Junio 2005. En una gran ciudad la desviación típica del gasto medio semanal de los jóvenes es de 6 euros. Elegidos 100 jóvenes, su gasto medio semanal es de 25 euros. Determine el intervalo de confianza del 95% para dicho gasto medio, explicando los pasos realizados para obtener el resultado. (10 puntos)

SOLUCIÓN: (23,82 , 26,18)

Septiembre 2005. En un Instituto de Idiomas se expiden dos certificados: el A (de nivel básico) y el B (de nivel superior). Para su obtención es necesario pasar una prueba o examen, pudiendo una persona presentarse a la prueba del B aunque no tenga el certificado A. Se sabe que la prueba para el certificado B la pasan 80 de cada 100 personas que tienen el A y 40 de cada 100 que no lo tienen. Dos amigos se presentan a la prueba para obtener el certificado B, uno tiene el A y el otro no. Calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Ambos obtienen el certificado. (2,5 puntos)

Junio 2007. Pilar y Carmen son aficionadas al tiro con arco. Pilar da en el blanco 3 de cada 5 veces y Carmen da en el blanco 5 de cada 8. Si ambas tiran al blanco a la vez, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos: A = "únicamente Pilar ha dado en el blanco", B = "ambas han dado en el blanco", C = "al menos una ha dado en el blanco". (3 puntos)

SOLUCIÓN: $p(A) = \frac{9}{40}$; $p(B) = \frac{3}{8}$; $p(C) = \frac{17}{20}$

Junio 2007. En un gran supermercado se ha obtenido que el número medio de toneladas descargadas diariamente en los últimos 100 días ha sido igual a 10. Determine el intervalo, con un nivel de confianza del 95%, en el que estará la media si la desviación típica es igual a 6. Explique los pasos realizados para obtener el resultado. (3 puntos)

SOLUCIÓN: (8,824 , 11,176)

Septiembre 2007. En un barrio hay dos institutos, en el primero el 60% de los alumnos estudia inglés y en el segundo el 45% no lo estudia. Se sortea un viaje a Londres en cada uno de los institutos, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Los dos alumnos agraciados no estudian inglés. (1 punto)
- b) Sólo estudia inglés el del primer instituto. (1 punto)
- c) Al menos uno estudia inglés. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) 0,18 b) 0,27 c) 0,82

Septiembre 2007. El número medio de veces que una persona de una determinada ciudad utiliza mensualmente el transporte público tiene una desviación típica igual a 20. Determine el número mínimo de personas que se han de elegir para obtener un intervalo en el que estará la media, con un nivel de confianza del 95% y con un radio no mayor que 1,4. Explique los pasos realizados para obtener el resultado. (3 puntos)

SOLUCIÓN: 784 personas.

Junio 2008. CUESTIÓN C1: Se tienen dos urnas A y B. En la primera hay 2 bolas blancas, 3 negras y 1 roja y en la segunda hay 3 bolas blancas, 1 negra y 1 verde.

- a) Se extrae una bola de cada urna, calcule la probabilidad de que ambas sean del mismo color. (1,5 puntos)
- b) Se lanza una moneda, si se obtiene cara se extraen dos bolas de la urna A y si se obtiene cruz se extraen dos bolas de la urna B, calcule la probabilidad de que ambas bolas sean blancas. (1,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) 0,3 b) 0,18

Junio 2008. CUESTIÓN C2: La vida media de un determinado modelo de bombilla sigue una distribución normal con desviación típica igual a 60 días. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98% se obtiene el intervalo (388'68, 407'32) para la vida media. Calcule la media y el tamaño de la muestra elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en caso de que los valores por exceso o por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

SOLUCIÓN: $\bar{X} = 398$ horas ; $n = 225$ bombillas

Septiembre 2008. CUESTIÓN C1: Pilar tiene en un cajón de su armario 3 bufandas rojas, 2 negras y una blanca y en otro tiene 4 gorros rojos, 2 verdes y 5 negros.

- a) Si elige al azar un gorro y una bufanda ¿Cuál es la probabilidad de que ambas prendas sean del mismo color? (1,5 puntos)
b) Si elige al azar dos bufandas ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean del mismo color? (1,5 puntos)

SOLUCIÓN: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{15}$

Septiembre 2008. CUESTIÓN C2: En Aragón se seleccionan 625 jóvenes, obteniéndose que su estatura media es de 175 cm. Determine el intervalo, con un nivel de confianza del 99%, en el que estará la media si la desviación típica es igual a 10. Detalle los pasos realizados. (3 puntos)

SOLUCIÓN: (173'97, 176'03)

Junio 2009. CUESTIÓN C1: Una urna contiene 10 bolas blancas, 6 bolas negras y 4 bolas verdes. Se extraen al azar 3 bolas sin reposición.

- a) Calcule la probabilidad de que salgan todas las bolas del mismo color. [1 punto]
b) Calcule la probabilidad de que salgan más bolas blancas o verdes. [1 punto]
c) Calcule la probabilidad de que dos bolas sean blancas y una verde. [1 punto]

SOLUCIÓN: a) 0,1263 b) 0,7982 c) 0,1579

Junio 2009. CUESTIÓN C2: El peso medio de 700 adultos de una determinada población es de 80 kg. Determine el intervalo, con un nivel de confianza del 98%, en el que estará la media si la desviación típica es igual a 15. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. [3 puntos]

SOLUCIÓN: (76.68, 81.32)

Septiembre 2009. CUESTIÓN C1: A partir de 5 matemáticos y 7 físicos hay que construir una comisión formada por 4 miembros elegidos al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que todos los miembros sean matemáticos. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de que la comisión acabe formada por 2 físicos y 2 matemáticos. (1 punto)
c) Calcule la probabilidad de que no haya ningún matemático. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) $\frac{1}{99}$ b) $\frac{14}{33}$ c) $\frac{7}{99}$

Septiembre 2009. Cuestión C2: La cantidad de hemoglobina en sangre del ser humano sigue una ley normal con una desviación típica de 2 g/dl. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98% se obtiene el intervalo (13, 15) para la cantidad media de hemoglobina en sangre. Calcule la media y el tamaño de la muestra poblacional elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

SOLUCIÓN: $\bar{X} = 14$ g/dl ; 22 personas

Junio 2010. En una fiesta en la que hay 85 mujeres y 90 hombres se eligen 4 personas al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que ninguna sea hombre. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de que haya exactamente un hombre. (1 punto)
c) Calcule la probabilidad de que haya más de un hombre. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) 0,0536 b) 0,2355 c) 0,7109

Junio 2010. El consumo bimestral de energía eléctrica de una población de 100 personas se distribuye normalmente con una media de 59 kwh y una desviación típica de 6 kwh. Calcule el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 97%. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

SOLUCIÓN: (57.698 , 60.302)

Septiembre 2010. En un colegio hay 60 alumnos de bachillerato. De ellos 40 estudian inglés, 24 estudian francés y 12 los dos idiomas. Se elige un alumno al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que estudie al menos un idioma. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de que estudie francés sabiendo que también estudia inglés. (1 punto)
c) Calcule la probabilidad de que no estudie inglés. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) $\frac{13}{15}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{3}$

Septiembre 2010. La temperatura durante los meses de verano en una ciudad sigue una distribución normal con una desviación típica de 5° . Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98%, se obtiene el intervalo $(25^\circ, 30^\circ)$. Calcule la media y el tamaño de la muestra elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

SOLUCIÓN: $\bar{x} = 27,5^\circ$; 22 datos.

Junio 2011. En el departamento textil de unos grandes almacenes se encuentran mezcladas y a la venta 100 camisetas de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que una camiseta tenga tara es 0,01 para la marca A; 0,02 para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige una camiseta al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que la camiseta tenga tara. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de que la camiseta sea de la marca B. (1 punto)
c) Sabiendo que la camiseta elegida tiene tara, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) 0,017 b) 0,3 c) 0,353

Junio 2011. La edad a la que obtienen el permiso de conducir los habitantes de una determinada población es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 24 años y desviación típica 4 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 habitantes de dicha población. Sea \bar{X} la media muestral de la edad de obtención del permiso de conducir.

- a) ¿Cuáles son la media y la varianza de \bar{X} ? (1 punto)
b) Halle el intervalo de confianza al 90% para \bar{X} . (2 puntos)

SOLUCIÓN: a) $\mu_{\bar{x}} = \mu = 24$, $\text{var}(\bar{X}) = 0,16$ b) (23,342 ; 24,658)

Septiembre 2011. Una caja de doce bombones contiene dos de licor. Se eligen cuatro bombones al azar.

- a) Calcule la probabilidad de no coger ninguno de licor. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de coger exactamente uno de licor. (1 punto)
c) Calcule la probabilidad de coger al menos uno de licor. (1 punto)

SOLUCIÓN: a) $\frac{14}{33}$ b) $\frac{16}{33}$ c) $\frac{19}{33}$

Septiembre 2011. El tiempo diario de conexión a internet de los alumnos de cierto instituto sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión se toma una muestra y se obtiene, con un nivel de confianza del 95%, el intervalo de confianza (38 min. , 46 min.). Calcular la media y el tamaño de la muestra. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

SOLUCIÓN: $\bar{X} = 42$ minutos , 54 alumnos

Junio 2012. La cantidad de horas que duermen los vecinos de un pueblo de Zaragoza se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 0,64. Se toma una muestra aleatoria simple y se obtienen los siguientes datos (en horas que duermen cada noche):

6,9	7,6	6,5	6,2	7,8	7,0	5,5	7,6
7,3	6,6	7,1	6,9	6,7	6,5	7,2	5,8

- a) (0,5 puntos) Calcular la media muestral del número de horas que se duerme cada noche.
b) (2,5 puntos) Determinar el nivel de confianza para el cual el intervalo de confianza para la media de horas que se duerme cada noche es (6,65 , 7). Detallar los pasos realizados para obtener los resultados.

SOLUCIÓN: a) 6,825 horas b) 72,42%

Junio 2012. Tres forofos del Real Zaragoza van al fútbol y desean hacerlo con la bufanda de su equipo, pero solamente tienen una. La ponen en una bolsa junto con otras dos bufandas negras y los tres van sacando, por orden, la bufanda que han de llevar.

- a) (2 puntos) ¿Alguno de los tres amigos tiene ventaja?: el que saca la bufanda en primer lugar, el que la saca en segundo lugar o el último?. Razonar la respuesta.
b) (1 punto) Si se meten tres bufandas negras en la bolsa en lugar de dos, además de la bufanda del equipo, calcular la probabilidad de que ninguno saque la de su equipo.

SOLUCIÓN: a) Los tres tienen la misma probabilidad b) 0,25

Septiembre 2012. Luis y Ramón son jugadores de baloncesto. Luis encesta 3 de cada 5 tiros y Ramón 5 de cada 8. Si ambos tiran a canasta una sola vez, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) (1 punto) Únicamente Luis ha enceestado.
b) (1 punto) Ambos han enceestado.
c) (1 punto) Al menos uno ha enceestado.

SOLUCIÓN: a) 0,225 b) 0,375 c) 0,85

Septiembre 2012. La cantidad de refresco que se sirve en cada vaso a la entrada de unos cines está normalmente distribuida con una desviación típica de 15 ml. Hemos medido las cantidades en los vasos de los 25 asistentes de una determinada sesión que compraron un refresco y hemos obtenido un promedio de 200,8 ml. Fijado un nivel de confianza del 90%, calcular el intervalo de confianza para la media de la cantidad de refresco que se sirve en cada vaso. Detallar los pasos realizados para obtener los resultados.

SOLUCIÓN: (195,865 ; 205,735) en ml.

Junio 2013. Una máquina fabrica tuercas con un diámetro interior (en milímetros) que es aleatorio, con distribución normal de desviación típica igual a 0,2 milímetros. Queremos construir un intervalo de confianza para la media del diámetro interior de las tuercas.

- a) (2 puntos) Determinar el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza del 95% tenga una amplitud menor o igual que 0,06 milímetros.
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de tamaño 200, medimos el diámetro interior de las 200 tuercas y calculamos su promedio, que vale 2,57 milímetros. Construir el intervalo de confianza del 95% para la media del diámetro interior de las tuercas que fabrica la máquina.

SOLUCIÓN: a) 171 tuercas b) (2,54 ; 2,60)

Junio 2013. En un centro de enseñanza los alumnos pueden hacer uso o no del comedor. La distribución de alumnos en los tres cursos del centro es la siguiente:

	Primer curso	Segundo curso	Tercer curso
Hace uso del comedor	67	60	57
No hace uso del comedor	23	20	18

- a) (1 punto) Se escoge al azar un alumno del centro; ¿cuál es la probabilidad de que sea de segundo curso y haga uso del comedor?
- b) (1 punto) Se escoge al azar un alumno de los que hacen uso del comedor; ¿cuál es la probabilidad de que sea de segundo curso?
- c) (1 punto) Se escogen al azar dos alumnos distintos del centro; ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo curso?

SOLUCIÓN: a) 0,2449 b) 0,3261 c) 0,3326

Septiembre 2013. Una madre y su hija lanzan un dado cada una. La que obtiene la puntuación más alta gana y si las dos obtienen la misma puntuación entonces gana la hija.

- a) (1,5 puntos) Calcular la probabilidad de que gane la hija.
- b) (1,5 puntos) Si ha ganado la madre, ¿cuál es la probabilidad de que la puntuación obtenida por la hija haya sido 4?

SOLUCIÓN: a) 0,58 b) 0,13

Septiembre 2013. El peso (en gramos) de las naranjas de un agricultor es aleatorio, con distribución normal de desviación típica igual a 30 gramos. Queremos construir un intervalo de confianza para la media del peso de las naranjas del agricultor.

- a) (2 puntos) Determinar el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza del 98% tenga una amplitud menor o igual que 10 gramos.
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de tamaño 100; pesamos las 100 naranjas y calculamos su promedio, que es igual a 160 gramos. Construir el intervalo de confianza del 98% para la media del peso de las naranjas del agricultor.

SOLUCIÓN: a) 196 naranjas b) (153,01 ; 166,99)

Junio 2014. El 47% de las personas de una ciudad son mujeres y el 53% restante hombres. De entre las mujeres, un 28% son jóvenes (entre 0 y 25 años), un 38% son adultas (entre 26 y 64 años) y un 34% son de la tercera edad (65 años o más). De entre los hombres, un 26% son jóvenes, un 43% son adultos y un 31% son de la tercera edad.

- a) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de la tercera edad?
- b) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la tercera edad?
- c) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar de entre las de la tercera edad, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
- d) (0,75 puntos) Si elegimos una mujer de la ciudad al azar de entre las que tienen 26 años o más, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la tercera edad?

SOLUCIÓN: a) 0,1598 b) 0,3241 c) 0,4931 d) 0,4722

Junio 2014. (3 puntos) Se sabe que el coeficiente intelectual de una población sigue una distribución normal, con desviación típica igual a 20 y queremos construir un intervalo de confianza para su media.

- a) (2 puntos) ¿Qué tamaño de la muestra debemos elegir para que el intervalo a nivel de confianza del 96% tenga una amplitud no superior a 10?
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de 200 individuos, les medimos el coeficiente intelectual y calculamos su promedio, que es igual a 90. Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media del coeficiente intelectual de la población.

SOLUCIÓN: a) 68 habitantes b) (87,1;92,9)

Septiembre 2014. (3 puntos) Juan tiene dos urnas A y B. En la urna A hay 4 bolas blancas y 2 bolas negras y en la urna B hay 6 bolas blancas y 8 bolas negras. Juan cierra los ojos y mete la mano en la urna A, saca una bola y, sin mirarla, la pasa a la urna B. Así, la urna B queda con 15 bolas: las 14 originales y la que Juan pasó desde la urna A. Después, Juan mete la mano en la urna B, revuelve las bolas, y saca una bola.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola que saca de la urna B sea exactamente la misma que la que pasó desde la urna A?
- b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola que saca de la urna B sea blanca?
- c) (1 punto) Si la bola que saca de la urna B es blanca, ¿qué probabilidad hay de que la bola que pasó desde la urna A fuera blanca?

SOLUCIÓN: a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{7}{10}$

Septiembre 2014. (3 puntos) Se desea estimar la proporción de individuos con sobrepeso en una población. Para ello se va a tomar una muestra aleatoria simple y se va a determinar, de cada individuo, si tiene sobrepeso o no, y a partir de los resultados se construirá un intervalo de confianza para la proporción de individuos con sobrepeso en la población. El intervalo se hará a un nivel de confianza del 96%.

- a) (2 puntos) Si queremos que el intervalo no tenga una amplitud mayor que 0,1 ¿qué tamaño de la muestra debemos escoger?
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de tamaño 200 individuos, de los cuales 40 tienen sobrepeso. Calcular el intervalo de confianza al 96% para la proporción de individuos con sobrepeso en la población.

SOLUCIÓN: a) 421 individuos b) (0,142; 0,258)

Junio 2015. (3 puntos) Un 50% de los clientes de un hotel son de España, un 35% son del resto de Europa y un 15% son de fuera de Europa. Se sabe que de los clientes de España, un 20% tiene más de 65 años; de los clientes del resto de Europa, un 40% tiene más de 65 años y de los clientes de fuera de Europa, un 70% tiene más de 65 años.

- a) (1 punto) Si elegimos un cliente al azar, cuál es la probabilidad de que sea de España y tenga más de 65 años?
- b) (1 punto) Si elegimos un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 65 años?.
- c) (1 punto) Si elegimos un cliente al azar de entre los que tienen más de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea de fuera de Europa?

SOLUCIÓN: a) 0,1 b) 0,345 c) 0,3043

Junio 2015. (3 puntos)

- a) (1 punto) Dados dos sucesos A y B tales que $P(A)=0,3$, $P(B)=0,6$ y $P(A \cap B)=0,2$, calcular $P(A \cup B)$ y $P(A/B)$.
- b) (2 puntos) Para estimar la proporción de personas con sobrepeso en una población se ha tomado una muestra aleatoria simple de tamaño 100 personas, de las cuales 21 tienen sobrepeso. Calcular el intervalo de confianza al 96% para la proporción de personas con sobrepeso en la población.

SOLUCIÓN: a) $0,7 ; \frac{1}{3}$ b) (0,13 , 0,29)

Septiembre 2015. (3 puntos) Disponemos de los siguientes datos sobre el uso de nuevas tecnologías por parte de los estudiantes de una universidad: un 70% de los estudiantes de esa universidad tiene teléfono inteligente, un 50% de los estudiantes de esa universidad tiene ordenador portátil y un 40% de los estudiantes de esa universidad tiene ambos dispositivos (teléfono inteligente y ordenador portátil).

- a) (1 punto) Si elegimos al azar un estudiante de esa universidad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga al menos uno de los dos dispositivos?
- b) (1 punto) Si elegimos al azar un estudiante de entre los que tiene teléfono inteligente, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga ordenador portátil?
- c) (1 punto) Sea A el suceso “el estudiante tiene teléfono inteligente” y B el suceso “el estudiante tiene ordenador portátil”, ¿son los sucesos A y B independientes?

SOLUCIÓN: a) 0,8 b) 0,57 c) no son independientes.

Septiembre 2015. (3 puntos) La producción en kilos de los naranjos de una variedad es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 5 kilos.

- a) (1,5 puntos) Queremos construir un intervalo de confianza al 96% para la media de la producción de los naranjos de esta variedad de forma que su amplitud no sea mayor que 3 kilos. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?
- b) (1,5 puntos) Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 10. Elegimos 10 naranjos de esta variedad y medimos su producción en kilos, con los siguientes resultados:

82 , 90 , 87 , 75 , 78 , 83 , 92 , 77 , 85 , 86

Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media de la producción de los naranjos de esta variedad.

SOLUCIÓN: a) 46 naranjos b) (80,26 , 86,74)

Junio 2016.

(3 puntos) Un grupo de turistas está formado por 12 alemanes, 8 franceses y 6 italianos. Se escogen al azar dos turistas del grupo. Calcular:

- a) (1 punto) La probabilidad de que los dos sean alemanes.
- b) (1 punto) La probabilidad de que ninguno sea alemán.
- c) (1 punto) La probabilidad de que sean de distinta nacionalidad.

SOLUCIÓN: a) 0,2031 b) 0,28 c) 0,6646

Junio 2016.

(3 puntos) El consumo mensual de electricidad (en kWh) de los hogares de una ciudad es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 25 kWh.

a) (1,5 puntos) Queremos construir un intervalo de confianza al 96% para la media del consumo de electricidad de los hogares de esta ciudad, de forma que su amplitud no sea mayor que 12 kWh. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?

b) (1,5 puntos) Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 10. Elegimos 10 hogares y miramos su consumo mensual en electricidad, con los siguientes resultados:

100 , 125 , 78 , 80 , 88 , 89 , 124 , 142 , 98 , 125

Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media del consumo mensual de electricidad en los hogares de esta ciudad.

SOLUCIÓN: a) 73 hogares b) (86,7 , 121,1)

Septiembre 2016.

(3 puntos) Un estudiante se va a examinar de Física y de Historia. La probabilidad de que apruebe el examen de Física es 0,8, la de que apruebe el examen de Historia es 0,7 y la de que apruebe los dos exámenes es 0,6.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes?
- b) (1 punto) Si aprueba el examen de Física, ¿cuál es la probabilidad de que también apruebe el de Historia?
- c) (1 punto) Sea A el suceso “el estudiante aprueba el examen de Física” y B el suceso “el estudiante aprueba el examen de Historia”. ¿Son independientes los sucesos A y B?

SOLUCIÓN: a) 0,9 b) 0,75 c) No son independientes.

Septiembre 2016.

(3 puntos) El peso (en kilos) de los habitantes de una ciudad es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 kilos.

a) (1,5 puntos) Queremos construir un intervalo de confianza al 96% para la media del peso de los habitantes de la ciudad, de forma que su amplitud no sea mayor que 10 kilos. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?

b) (1,5 puntos) Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 8. Elegimos 8 habitantes y los pesamos con los siguientes resultados: 60 , 75 , 105 , 98 , 66 , 60 , 87 , 73.

Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media del peso de los habitantes de esta ciudad.

SOLUCIÓN: a) 38 habitantes b) (67 , 80,745)