

Problemas escolares vs problemas reales (y 2)

JOSÉ MARÍA SORANDO MUZÁS

Un error en una ecuación se puede subsanar.
Un error en la vida tiene consecuencias irreversibles.

Arthur Seldom en *Los Crímenes de Oxford*
(Alex de la Iglesia, 2008)

En el anterior artículo conocimos la visión irónica y negativa de las matemáticas que en ocasiones transmite el cine, bromeando sobre su sentido y hasta cuestionando su necesidad. Después de aquellas andanadas consolémonos ahora con otros ejemplos positivos, que también los hay, donde los personajes comprenden situaciones importantes para sus vidas y a veces las resuelven gracias a las matemáticas. Varias de estas películas ya fueron comentadas en artículos anteriores y si volvemos a ellas es con un fin compilador.

El primero, tantas veces citado en esta sección por la variedad y la riqueza de las situaciones que soluciona, es Charlie Eppes, el matemático de *Num3rs*, capaz de resolver casos criminales con una potente arma: las matemáticas.

El protagonista de *El Manantial de las Colinas*¹ (*Jean de Florette*, Claude Berri, 1986) es un notario que inicia una nueva vida en el campo y busca el rendimiento de su explotación agropecuaria recurriendo a sus conocimientos matemáticos: las progresiones geométricas y la estimación al planificar la cría de conejos y las cosechas; la estadística, aunque de forma errónea², para predecir el régimen de lluvias; y la geometría para diseñar un pozo que sea suficiente para sus necesidades de riego.

Cielo de Octubre (Joe Johnston, 1999)³ narra la historia de un adolescente que en los albores de la exploración espacial alberga el anhelo de lanzar un cohete, pero topa con la exigencia de saber más matemáticas y acepta el reto. Se citan las ecuaciones diferenciales y le vemos calculando trayectorias de tiro parabólico. Consigue dominar las matemáticas y, gracias a ello, logra un lanzamiento exitoso que será el comienzo de una carrera que le llevará a la NASA.

Otra referencia repetida, pero obligada, es la de Jaime Escalante en *Lecciones inolvidables*⁴ (*Stand and Deliver*, Ramón Menéndez, 1988). En su caso, las matemáticas actúan como instrumento para la reconquista de la autoestima de jóvenes sin esperanzas de futuro y la ruptura del círculo de marginalidad y pobreza.

«¡Houston, tenemos un problema!», fue la frase que el astronauta Jack Swigert hizo famosa en 1970 tras las averías surgidas en la nave espacial de la misión lunar Apolo XIII que compartía con Jim Lowell y Fred Haise. Su odisea fue llevada al cine en *Apolo XIII* (Ron Howard, 1995). En varias escenas de la película les vemos resolver problemas a vida o muerte, con el oxígeno limitado, a oscuras y con las comunicaciones restringidas para ahorrar energía, problemas como el encaje hermético de dos conductos, uno de sección cuadrada con otro de sección circular. Finalmente, deben realizar la reentrada en la atmósfera en base a cálculos de conversión de ángulos realizados por el Comandante Lowell manualmente. Su destreza y precisión les permite regresar sanos y salvos.

Tras el final de la II Guerra Mundial hubo que esperar 40 años para conocer la decisiva contribución que para su desenlace tuvo el trabajo secreto de un grupo de matemáticos encabezados por Alan Turing en *Bletchley Park*, a las afueras de Londres. Consiguieron descifrar el *Código Enigma* de transmisiones nazis y gracias a ello los Aliados pudieron decantar a su favor el curso de la guerra. Pero esos hechos permanecieron ocultos tanto tiempo porque eran considerados secretos militares. Habrían de trans-

Diríase, según esta clasificación, que el rostro absurdo o desagradable de las matemáticas forma parte de la cotidianidad escolar y que su faceta valiosa o admirable tiene carácter de excepcionalidad.

currir 70 años para la desclasificación de dos artículos de Turing donde exponía sus métodos de criptoanálisis. *Enigma* (Michael Apted, 2001)⁵ es la película que, con excesivas licencias biográficas, narra

aquella historia y, acertadamente, enfoca la naturaleza matemática del reto en una larga escena donde se ve el trabajo con lápiz y papel de los matemáticos en contraste con los hechos bélicos simultáneos en alta mar.

En *Misión Imposible III* (J. J. Abrams 2006), el agente especial Ethan Hunt (Tom Cruise) debe robar un arma secreta fuertemente custodiada en un rascacielos de Shanghai. Observa que al lado de éste hay otro rascacielos más alto y pide datos:

- ¿Altura del edificio?
- En el punto más alto, 162 m.
- Y el de la izquierda, ¿cuánto mide?
- 226 m.
- ¿Distancia entre los edificios?
- 47 m 50 cm.



Misión imposible III, de J. J. Abrams (2006)

Dibuja sobre un cristal los perfiles de ambos edificios y traza un arco de circunferencia desde la terraza del más alto a la del otro. Ha ideado dejarse balancear mediante un péndulo, estando él mismo sujeto en el extremo de un cable. Pero ¿qué longitud hay que dar al cable para asegurar su alcance al lugar deseado? Se ve a Ethan escribir fórmulas trigonométricas, pero la cosa es más sencilla. Con los datos anteriores y aplicando el Teorema de Pitágoras, mis alumnos de 2.º de la ESO, muy motivados por el personaje y la situación, calcularon que Ethan precisa 79,7 m de cable.

Se advierte un importante rasgo diferenciador entre los dos bloques de películas reunidas en el anterior artículo y en éste, con escenas de resolución de problemas matemáticos que, simplificando, llamaremos «negativas» y «posi-

... Minzhi Wei, cuyo compromiso con el maestro era el de no perder ni un alumno, se entregará por completo a la búsqueda del niño huido con una constancia que asombrará a los adultos.

tivas». Mientras aquellas se desarrollaban en un contexto escolar que la mayoría de los espectadores reconoce, estas otras muestran casos poco comunes, algunos históricos e incluso heroicos. Diríase, según esta clasificación, que el rostro absurdo o desagradable de las matemáticas

forma parte de la cotidianidad escolar y que su faceta valiosa o admirable tiene carácter de excepcionalidad. Por ese motivo resulta muy interesante el siguiente ejemplo, que se desarrolla en el mismo ámbito de la escuela elemental donde nacían aquellas críticas.

Competencias básicas

La película *Ni uno menos* (Zhang Yimou, 1999) es un hermoso poema pedagógico premiado con el León de Oro en la *Mostra de Venecia*⁶. Zhang ha filmado 19 títulos, entre ellos *Sorgo rojo*, *La linterna roja*, *Amor bajo el espino blanco*, etc. Tal vez sea el director chino con más premios internacionales. También es reconocido en su propio país, ya que dirigió la ceremonia de apertura de los Juegos Olímpicos de Pekín en 2008.

Ni uno menos muestra la cara pobre y abandonada de la China rural, donde el trabajo infantil es aceptado, que convive con la cara más conocida del desarrollo tecnológico y económico urbanos acelerados. Se rodó con actores no profesionales cuyos personajes conservaron sus nombres reales.

En una pequeña aldea de las montañas, el maestro de la escuela unitaria debe ausentarse durante un mes para cuidar a su madre enferma. El alcalde contrata como sustituta a Minzhi Wei, una niña de 13 años. Carente de recursos materiales y personales, la niña maestra se limita a ordenar copias a los escolares, pero un hecho trastorna esa rutina. El revoltoso Zhang Huike se va a la ciudad en busca de algún trabajo con el que auxiliar a su pobre madre. A partir de ese momento, Minzhi Wei, cuyo compromiso con el maestro era el de no perder ni un alumno, se entregará por completo a la búsqueda



Ni uno menos, de Zhang Yimou (1999)

del niño huido con una constancia que asombrará a los adultos.

Wei indaga en clase por el precio del autobús que le lleve a la ciudad y surge el problema de cómo pagar el viaje. Se resuelve colectivamente.

—¿Alguno sabe cuánto cuesta el billete a la ciudad?

Se desata un griterío en la clase:

—¡Cien yuan! ¡Un yuan!

La joven maestra interpela a su alumnado:

—¿Un yuan? ¡Imposible!

—Sé lo que cuesta el billete para niños. No lo sé para adultos.

—Tres yuan.

—¿Estás segura? ¿Cómo lo sabes?

—Fui una vez con mi madre.

—Si son 3 yuan, necesitaré, para ida y vuelta, 6 yuan. Con Zhang Huike, en total serán 12 yuan.

—¡No, serán 9!

—Ah, no, cierto, él sólo vuelve. Por tanto, serán 9 yuan. ¿No es así? ¿Quién me lo presta? Pienso devolvérselo. Sólo necesito 9 yuan (...) Somos 26. Por lo tanto, aportando medio yuan cada uno, ¿cuánto será?

—¡Son 13 yuan!

—Exacto. Por lo tanto es suficiente. Mañana cada uno traerá medio yuan de su casa. ¿Está claro?

—No, no tenemos dinero.

—Tenéis que ayudarme. Si no, ¿cómo iré a la ciudad? ¿Cómo volverá Zhang Huike?

—Podemos trasladar ladrillos. Así ganaremos algún dinero. Pagan por trasladarlos.

—¿Cuánto pagan?

—Un céntimo y medio por ladrillo. Allí hay una fábrica de ladrillos. Mi familia trabaja alguna que otra vez.

—Un céntimo y medio... eso es poco.

—Si vamos todos, ganaremos más.

—¿Cuántos tendríamos que trasladar? Sam Michan, como delegada ve a la pizarra y calcula.

La niña escribe. Los niños empiezan a corear:

—¡Un ladrillo, 1 céntimo y medio! ¡Diez ladrillos, 15 céntimos! ¡Cien ladrillos, 150 céntimos! ¡Mil ladrillos, 1500 céntimos!

Se produce una nueva interpelación:

—Mil quinientos, ¿cuántos yuan son?

—¡Quince!

—¡No, son 150 yuan!

—Te equivocas, añades un cero.

—Son 15 yuan. Esa cantidad es suficiente para viajar. Así que ¿vamos a trabajar ahora? ¿Os apuntáis todos?

—¡Sí! (salen corriendo en tropel hacia la fábrica).

Tras la primera experiencia llevando ladrillos y sabiendo ya el precio real de los billetes, hay que rehacer cálculos y pensar cuánto más habrá que trabajar. Aunque también se apunta otra solución...

—Un billete a la ciudad cuesta 20 yuan y medio. ¿Cuánto necesitaré para ir y volver pagando el billete de Zhang? Ahora tenemos 9 yuan. ¿Cuánto necesitaría? ¿Quién lo sabe?

—¡Yo, yo lo sé!

—¿Tú lo sabes?

—¡Ni idea!

—Entonces, baja la mano.

—Dong, escríbelo tú.

El niño escribe en la pizarra mientras los demás corean:

—¡Si un billete de autobús a la ciudad cuesta 20 yuan y medio, multiplicado por 3 da como resultado 61 yuan y medio!



Minzhi Wei, profesora de 13 años. ¡Ni más, ni menos!

La maestra vuelve a dirigirse a la clase:

—Muy bien, entonces nos faltan 52 yuan y medio. Ayer el encargado de la fábrica de ladrillos dijo que por 10 000 piezas pagará 40 yuan. Como necesitamos 52 yuan y medio, ¿cuántas piezas tenemos que trasladar? ¿Quién lo sabe? Yao Yen, sube al encerado.

La niña opera en la pizarra. Le increpan:

—¡No es eso, te has equivocado! ¡No sabes calcular! ¡Has puesto un cero de más!

Lo corrige y los niños vuelven a corear:

—¡Cincuenta y dos y medio por 10.000 y luego se divide por cuarenta!

La niña maestra retoma la palabra:

—¿131 250 ladrillos? Eso es mucho trabajo para nosotros.

—¡Son demasiados ladrillos! ¡No podemos moverlos!

—No hablemos de cuántos ladrillos. Calculemos el tiempo. Veamos: ayer conseguimos trasladar 1 500 piezas. Nos llevó unas 2 horas. De modo que, si ahora son 131.250, ¿cuánto tiempo nos llevará? A ver, Sam Michan, haz el cálculo.

Todos corean:

—¡Si en dos horas trasladamos 1 500 ladrillos, cuánto tiempo nos costará trasladar 131 250 ladrillos!

La maestra les pregunta:

—¿Cuántas horas necesitaremos para eso? ¿175 horas? A ver, son muchas horas. Si trabajamos 8 horas al día, ¿a cuántos días equivalen 175 horas?

Se oyen varias respuestas:

—¡21 días! ¡21 días con 7 horas! ¡22 días!

Alguien observa el error cometido:

—¡Eh, señorita Wei, el cálculo no está bien! Hay un fallo.

La señorita Wei recoge la observación:

—Has añadido un cero otra vez, de modo que sólo necesitaremos 17 horas. Eso equivale a 2 días de trabajo. ¿Qué os parece?

—¡Somos muy pequeños!

—Entonces, ¿qué hacemos? Si no voy a la ciudad, ¿cómo regresará Zhang?

—Maestra Wei, trasladando ladrillos se gana muy poco. ¿Por qué no se cuela en el autobús?

Ciertamente, no parece que esta improvisada maestra sepa más que sus alumnos. Sin embargo, el proceso de aprendizaje en la resolución de un problema real, vivido, resulta una magnífica ejercitación de las competencias básicas: matemática, lingüística y cooperativa. Aunque Minzhi Wei no lo sepa.

La historia prosigue como un canto a la solidaridad y la perseverancia, con un final esperanzado. La niña maestra llega a la ciudad y con empeño admirable consigue su propósito gracias a una emisión en televisión. Alcanza popularidad nacional y los periodistas le acompañan junto al reencontrado Zhang Huike en su regreso a la aldea, que por un día es noticia. Se recogen donaciones y la escuela recibe una dotación de material. Donde antes se racionaba la tiza blanca, ahora los niños escriben con tiza de color sus nombres, su futuro.

Apología de la inutilidad

En estos dos artículos hemos visto cómo el cine presenta la relación entre los problemas de las matemáticas escolares y la realidad: alejados entre sí, en unos casos, y cercanos en otros. Las críticas a esa lejanía, cuando corresponden, no suponen valorar las matemáticas tan solo desde un punto de vista utilitarista, sino que proponen la credibilidad

como un aspecto exigible a los problemas en contexto. De hecho, hay otro enfoque de la enseñanza de las matemáticas que es necesario y complementario con el anterior, que ofrece el conocimiento matemático como algo sugestivo y motivador en sí mismo, sin exigencias prácticas. Ese enfoque pone en valor aspectos lúdicos, estéticos y culturales.

... no parece que esta improvisada maestra sepa más que sus alumnos. Sin embargo, el proceso de aprendizaje en la resolución de un problema real, vivido, resulta una magnífica ejercitación de las competencias básicas...

¿Para qué sirve saber que son infinitos los números primos? Podemos mencionar al alumnado de 2.º de la ESO su importancia para los modernos sistemas de encriptación, una mención que apenas podremos desarrollar. Sin embargo, esa propiedad es un monumento al uso creativo de la deducción lógica, obra de la imaginación de un tal Euclides que hace 2400 años fue capaz de razonar sobre lo infinito. Ese razonamiento, inseparable de esa admiración, debiera ser ofrecido al alumnado con la emoción de quien regala un tesoro; con la esperanza de lograr el respeto de todos y el interés de cuantos más, mejor, hacia lo matemático. Lo cual nos exige convicción e implicación, algo que no encuentra hoy aliento desde los poderes públicos. Quien enseña con rutina y desgana lo único seguro que enseña son su propia rutina y su propia desgana. Nuevamente es una cuestión de credibilidad, ahora del profesor.

Si una película refleja el respeto, el interés, el afecto y la alegría ante el descubrimiento de la belleza de los números es *La ecuación preferida del profesor* (Takashi Koizumi, 2005). Un mensaje de sereno vitalismo impregna esta historia.

Un joven profesor se presenta a sus alumnos, diciéndoles «me llaman Raíz» (en alusión a su pelo) y les cuenta la historia de cómo nació en él el amor a los números, gracias a alguien muy especial. Era un profesor que, a consecuencia de un accidente, tenía una memoria limitada a 80 minutos; desde hacía diez años vivía en la misma fecha. Llevaba papeles con notas prendidas a la ropa para recordar detalles importantes, lo que le daba un aspecto algo estrafalario.

La madre de Raíz, una joven soltera, fue contratada como asistente del profesor. Pese a que cada día su relación volvía a comenzar, pues ya no quedaba el recuerdo del día anterior, se desarrolló una

Quien enseña con rutina y desgana lo único seguro que enseña son su propia rutina y su propia desgana.

hermosa historia basada en el respeto, la fascinación por las propiedades de los números, la afición al béisbol, la educación del niño

Raíz y un mutuo aprendizaje, matemático y vital. Surgen recelos por parte de la familia del profesor ante tal empatía y finalmente prevalece el amor a la vida, entendida como instantes que no dejan rastro... En realidad, ¿cuál es si no la esencia de estar vivos?

Esta película se basa en la novela homónima de Yoko Ogawa, que ha conseguido éxito editorial. Extraña por ello que no se haya comercializado en español (Internet la ofrece subtitulada). Tal vez se ha considerado que la delicadeza nipona y la emotividad contenida, que impregnan toda la obra, no sean taquilleras. Es una pena porque esta película sería bastante aprovechable en la enseñanza de las matemáticas unida a la enseñanza de valores. Lo sería, tanto como obra completa como fragmentada, tomando escenas de ella.

En efecto, hay numerosas citas matemáticas, siempre correctas y con sentido. Éstas son algunas:

Los alumnos comentan ante la pizarra, donde vemos una circunferencia que tiene inscrito un hexágono regular:

—Pi es igual a 3,141592653...
—¡Qué lástima! ¿Por qué no lo dejaron en 3?

—Si lo dejas en 3, tendrías un hexágono en lugar de un círculo.

Diálogo en el primer encuentro entre el profesor y su nueva asistente:



박사가 사랑한 수식

寺尾聰 深津絵里 倉橋陽次 吉岡秀隆 遠丘マリ子
監督・脚本：小泉史也 TAMAHI HIRAYAMA 原作：小川洋子 (©1998,2005,2006,2007)

La ecuación preferida del profesor,
de Takashi Koizumi (2005)

- ¿Qué talla de zapatos usas?
- La 24.
- Oh, ¡qué número tan interesante! Es el factorial de 4.

En lo sucesivo, cada nuevo encuentro, que siempre será el primero para el amnésico profesor, se repite la pregunta, pero la respuesta ya tiende un puente de complicidad basada en los números. Responderá la asistenta:

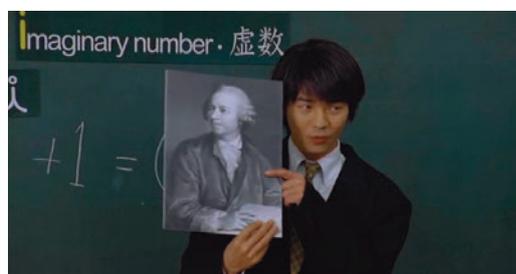
- La talla 24. Es el factorial de 4.

En la misma situación anterior:

- ¿Cuál es tu número de teléfono?
- 5761455
- Pero, ¿cómo? Es magnífico, es el equivalente a los números primos hasta un billón.

Se suceden escenas similares a las anteriores, en las que la asistenta se va adentrando en el mundo de los números de la mano del profesor. Son momentos claves cuando el profesor relaciona la fecha de cumpleaños de ella (20 de febrero = 220) con el número grabado en el reloj de él (284). Le irá conduciendo hasta que ella descubra que son números amigos, como ellos dos también lo son. También es emotiva la escena cuando la asistenta, por sí misma, descubre feliz que 28 es un número perfecto y que el número de serie de la nevera, 2311, es primo.

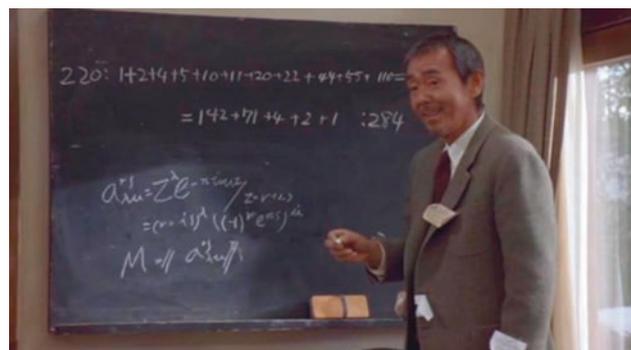
Los tópicos matemáticos que aparecen son los factoriales, los números primos y su infinitud, la belleza de la demostración, los números amigos, la preexistencia de



Un alumno y el autor de la ecuación preferida

los números, la raíz cuadrada, la unidad imaginaria, los números π y e , la identidad de Euler (la mal llamada «ecuación» a la que se refiere el título), la resolución gráfica de un problema escolar reducible a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, los números perfectos, su expresión como suma de consecutivos y la conjetura sobre su infinitud.

Asimismo, se citan importantes matemáticos como Pitágoras, Bombelli, Pascal, Fermat, Descartes, Neper y Euler.



El profesor en acción

Además de conceptos numéricos, también se desganan algunas reflexiones profundas. Por ejemplo:

- ¿Hay cosas feas y bonitas en una demostración?
- Por supuesto. Una demostración verdaderamente perfecta está ajustada, con un razonamiento consistente y sin contradicciones, con una lógica flexible. Igual que nadie puede demostrar por qué las estrellas son bonitas, es difícil expresar la belleza de las matemáticas.

Sobre el método didáctico:

- En todo momento el profesor no sólo buscaba simplemente la respuesta correcta. El profesor prefería los estrambóticos errores y el silencio de mi rendición al no tener la solución. No importa lo estúpido que fuera el callejón sin salida, el profesor siempre encontraba algo positivo para sentirme orgulloso.

Sobre nuestro conocimiento de las cosas:

- Dibuja una línea recta (ella dibuja un segmento).
- Está bien, es una línea. Sin embargo, piensa en ello. La línea que has pintado tiene un principio y un final. Lo que significa que has dibujado un segmento que marca la distancia más corta entre dos puntos. La definición de línea no incluye un final. Se supone que continua indefinida-

mente. Pero hay límites en un trozo de papel como los hay en tu concentración. Así que estamos de acuerdo en llamar a un segmento «línea». ¿Cómo podemos encontrar una línea verdadera? Sólo aquí (se lleva la mano al corazón). La verdad eterna es invisible e inmaterial. Los fenómenos naturales o las emociones. El mundo invisible sostiene al mundo visible. Las cosas importantes las tenemos que ver con el corazón.

Sobre la integridad, numérica y personal (diálogo entre el profesor y el niño):

- Así que esta hoja es 1 también.
- Correcto. Es una hoja. Y ese cedro que tiene tantas hojas es 1 también.
- Tiene gracia que los dos cuenten como 1.
- Sí que la tiene. Definir el 1 es todo un desafío.
- ¿Incluso para ti?
- Hay muchas cosas que desconozco. Déjame ver... (el niño le entrega una hoja de árbol)
- ¿Listo? (rompe la hoja en pedazos) Dime, ¿cómo llamas a esto ahora?
- Son desperdicios, ya no es una hoja.
- Está bien. Sólo es una hoja cuando está completa. Es como tú, Raíz. La armonía del todo en un individuo es hermosa. Eso es lo que significa ser bueno.

Sobre las matemáticas:

—Las leyes de las matemáticas son exquisitas y precisas porque no sirven para la vida de diario. Incluso si las características de los números primos estuvieran determinadas, la vida no mejoraría y nadie sería más rico. Por supuesto, no le dan la espalda al mundo. Muchos descubrimientos matemáticos han encontrado aplicaciones prácticas. Incluso los números primos intervienen en la guerra como códigos secretos. Es un hecho desagradable, pero no es el propósito de las matemáticas. Su único propósito es averiguar la verdad. Abre los ojos de la sabiduría con valor.

Saber es, en sí misma, la motivación esencial del conocimiento matemático. Aunque, como escribiera

Nikolai Lobachevsky: «No hay una rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda llegar a aplicarse algún día al mundo real».

En la entrega de los títulos académicos a los ingenieros industriales de la promoción de 1944–1945, D. Pedro Puig Adam leyó su discurso titulado *Apología de la inutilidad*⁷. Terminaremos con algunas de sus sabias palabras sobre la fructífera relación entre teoría y práctica, que vienen a propósito de lo que en estos dos artículos se ha tratado:

Los únicos conocimientos que jamás se aplican son los que no se tienen. Cuantos más conocimientos se adquieran, mayor riqueza de útiles hallaremos en nuestro taller intelectual, mayores posibilidades tendremos de simplificar y abreviar nuestra tarea echando mano del útil adecuado en cada caso.

El sentido práctico radica precisamente en esto: en adecuar en todo momento los medios de que se dispone al fin que se persigue. Y esto, naturalmente, ya no lo enseña la teoría; es un sentido con el que se nace o que se cultiva con la educación.

Los enlaces para ver en Internet las escenas mencionadas en éste y en anteriores artículos se encuentran en:

http://catedu.es/matematicas_mundo/Cinematica.htm



JOSÉ MARÍA SORANDO MUZÁS
IES Elaios (Zaragoza)
<decine@revistasuma.es>

1 Agradezco a Eloisa Matarrubia la sugerencia de esta película.
2 Ver «Cine y Estadística (1)» en *Suma*, n.º 70, 100.
3 Ver «Matemática emocional» en *Suma*, n.º 66, 121.
4 Ver «De todo un poco» en *Suma*, n.º 65, 119-120.

5 «Matemáticas... de cine» en *Suma*, n.º 47, pp. 130-131.
6 Gracias a Julio Sancho por sugerirme esta película.
7 http://catedu.es/matematicas_mundo/TEXTOS/textos_PuigAdam.htm